



EXERCICE 1 : 6 points

I) Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse (1x3=3pts)

1) Soit z un nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{3}$;

alors : $A : z^{14} = -128\sqrt{3} - 128i$

$B : z^{14} = -64 + 64i\sqrt{3}$

$C : z^{14} = 64 - 64i\sqrt{3}$

$D : z^{14} = 128 + 128i\sqrt{3}$

2) On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé, le point S d'affixe 3 et le point T d'affixe $4i$. (E) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 3| = |3 - 4i|$

$A : (E)$ est la médiatrice de $[ST]$ $B : (E)$ est le cercle de centre S et de rayon 5

$C : (E)$ est le cercle de centre Ω d'affixe $3 - 4i$ et de rayon 5 ; $D : (E)$ est la droite (ST)

3) Soit l'équation $(E_1) : -iz^2 - iz - 3 - i = 0$. Une solution z de (E_1) est :

$A : z = 1 - i$ $B : z = -1 - i$ $C : z = 2 - i$ $D : z = -2 + i$

II) Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1, U_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_{n+2} = 3U_{n+1} - 2U_n$

1) Calculer U_2 et U_3

2) Conjecturer U_n en fonction de n 0,5pt

3) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$ 0,5pt

a) Calculer V_0 et montrer que la suite (V_n) est géométrique. 0,75pt

b) Exprimer V_n en fonction de n , puis la somme $S_n = \sum_{k=0}^n V_k$ en fonction de n 0,5pt

c) En déduire l'expression de U_{n+1} en fonction de n 0,5pt

4) La conjecture faite en 1) est-elle confirmée ? Justifier 0,25pt

EXERCICE 2 : 6 points

I) Soit l'équation différentielle $(E) : y'' - 2y' + y = 4e^x$ 0,25pt

1) Montrer que la fonction définie par $z(x) = 2x^2e^x$ est solution de (E) 0,75pt

2) Résoudre l'équation différentielle $(E') : y'' - 2y' + y = 0$ 0,5pt

3) On pose $h = l - g$. Montrer que l est solution de (E) si et seulement si h est solution de (E') 1pt

4) Résoudre alors (E) 0,5pt

- II) On donne la série statistiques à deux variables qui représentent respectivement la puissance x_i en centaine de chevaux et la cylindrée y_i en centaine de cm^3 sur cinq véhicules de tourisme.

Puissance x_i	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Cylindrée y_i	12	13	14	16	α

Soit la droite de régression de y en x de cette série définie par $y = 9x + 0,5$.

- 1) Calculer la puissance moyenne $\bar{x}$, puis la cylindrée moyenne $\bar{y}$ en fonction de α 1pt
- 2) Déterminer la covariance et la variance en x de cette série 1pt
- 3) Montrer que $\alpha = 20$ 0,75pt
- 4) Donner une estimation au cheval près de la puissance d'un moteur de cylindrée 2500cm^3 0,5pt

PROBLEME : 8 points

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$. (C) est sa courbe dans un plan rapporté au repère orthonormé $(0; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 4cm sur les axes.

PARTIE A :

Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = x + 2 - e^x$

- 1) Etudier le sens de variation de g sur $[0; +\infty[$, puis la limite de g en $+\infty$ 1pt
- 2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0; +\infty[$ 0,75pt
- b) Montrer que $1,14 < \alpha < 1,15$ 0,5pt
- 3) Déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x 0,5pt

PARTIE B:

- 1) a) Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$ 0,5pt
- b) Déduire le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$, 0,75pt
- 2) a) Montrer que pour tout x positif, $f(x) = \frac{1 - e^{-1}}{x + e^{-x}}$
- b) Déduire la limite de f en $+\infty$ puis interpréter le résultat 0,5pt
- 3) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 0,5pt
- 4) a) Montrer que $f(\alpha) \cong 0,5$, puis dresser le tableau de variation de f 1pt
- b) Tracer (T) et (C) 1,5pt