



Exercice 1 : 5pts

Soit le nombre complexe $m = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$

- 1) Montrer que $m^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ 0,5pt
- 2) a) Déterminer le module et un argument de m^2 1pt
b) Déduire le module et un argument de m 1pt
- 3) a) Déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{12}$ et de $\sin \frac{\pi}{12}$ 1pt
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(\sqrt{3} + 1)\cos x + (\sqrt{3} - 1)\sin x = -2\sqrt{2}$ 1,5pt

Exercice 2 : 5,5pts

- I) Le gouvernement ayant constaté que la population d'une ville ne boit de l'eau potable, a mis une bassine d'eau à une contenance de 64000 litres.
Pour la remplir, un gros robinet débite x litres par minute. S'il débitait 100 litres de moins par minute, il faut 20min de plus pour cette bassine.
 - 1) En désignant x , v et t respectivement le débit du robinet, le volume de la bassine et le temps de remplissage, montrer que : $\begin{cases} x \cdot t = v \\ (x - 100)(t + 20) = v \end{cases}$ 0,75pt
 - 2) Déterminer la durée t du remplissage de la bassine et le débit x du robinet. 1,25pt
- II) Le plan est muni du repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$. On donne : E (1 ; - 3) et F (1 ; 3) deux points du plan.
 - 1) Déterminer les coordonnées du point J tel que E est le symétrique du F par rapport à J. 0,5pt
 - 2) a) Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = MJ^2 - \frac{EF^2}{4}$ 1pt
d) Déduire d'ensemble (F) des points M du plan tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$ 0,75pt
c) Construire (Γ) 0,75pt
 - 3) Donner une équation cartésienne de (Γ) 0,5pt

PROBLEME : 9,5pts

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A :

Soit (V_n) la suite définie par $U_0 = 6$ et pour tout entier n , $U_{n+1} = \frac{3+2U_n}{5}$

- 1) Soit la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 1$
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser la raison et le premier terme 1pt
 - b) Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n 0,5pt
 - c) Calculer $\lim_{n \mapsto +\infty} U_n$ 0,25pt
- 2) a) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} - U_n = -3 \left(\frac{2}{3}\right)^n$ 0,75pt
b) Dédire la monotonie de la suite (U_n) 0,5pt
- 3) Exprimer en fonction de n , la somme $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ 0,5pt

PARTIE B :

Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{-3x+3}{x-1}$ et (C_g) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Déterminer la limite de g en $-\infty$; en 1^+ , en 1^- et en $+\infty$ 1pt
- 2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation 2pts
- 3) Montrer que la droite $(\Delta) : y = x - 2$ est asymptote à la courbe (C_g) de g 0,5pt
- 4) Tracer (Δ) , puis la courbe (C_g) de g 1,5pt
- 5) Tracer dans le même repère la courbe (C_h) de la fonction h définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $h(x) = |g(x)|$ 1pt