

Samedi 24 janvier 2026

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,75 points)

Soit f , g et h les fonctions définies par $f(x) = \frac{\sqrt{|x|} - 2}{\sqrt{|x|} + 2}$, $g(x) = \frac{x-2}{x+2}$ et $h(x) = \sqrt{x}$.

- Détermine D_f et étudie la parité de f . 0,5pt
- Détermine l'ensemble de définition de $g \circ h$ et explicite $g \circ h(x)$. 0,75pt
- Calcule les limites de g aux bornes de D_g et interprète graphiquement les résultats. 1pt
- Montre que le point $I(-2;1)$ est un centre de symétrie pour la courbe C_g de g . 0,5pt
- Calcule les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{\sqrt{x}+2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2+3x-4}$ 1pt

EXERCICE 2 : (3,25 points)

- A et B sont deux points du plan tels que $AB = 10cm$. Soit I le milieu du segment $[AB]$.
 - Détermine et trace l'ensemble \mathcal{L} des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 40$. 0,75pt
 - Détermine et trace l'ensemble \mathcal{D} des points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -9$ 0,75pt
 - Détermine l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 150$. 0,75pt
- Dans le plan, on considère deux points P et Q tels que $PQ = 6cm$.
Détermine et représente l'ensemble des points M du plan tels que : $\frac{MP}{MQ} = 3$. 1pt

EXERCICE 3 : (4,5 points)

A) On considère les fonctions $f : [-3;3] \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : [-1;5] \rightarrow \mathbb{R}$. C_f et C_g sont

$$x \mapsto x^2 \qquad x \mapsto x^2 - 4x + 3$$

les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Construis la courbe C_f . 0,5pt
- On considère la translation t du plan de vecteur $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$.
 - Écris l'expression analytique de t . 0,5pt
 - Montre que C_g est l'image de C_f par cette translation. 0,5pt
 - Représente la courbe C_g dans le repère précédent. 0,5pt

B) On se propose de résoudre l'équation $(E) : \sqrt{2-\sqrt{3}} \sin x - \sqrt{2+\sqrt{3}} \cos x = -\sqrt{2}$.

- En remarquant que $\frac{11\pi}{6} = 2\pi - \frac{\pi}{6}$, donne les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{6}$ et $\sin \frac{11\pi}{6}$. 0,5pt
- Déduis-en que $\cos^2 \frac{11\pi}{12} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$ et que $\sin^2 \frac{11\pi}{12} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$. 0,5pt
- Détermine alors en justifiant tes réponses les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$. 0,5pt
- Résous dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ l'équation (E) . 1pt

EXERCICE 4 : (3,5 points)

A) Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chacun des chiffres pouvant être un chiffre de 1 à 9.

1. (a) Combien y-a-t-il de codes possibles ? 0,25pt
- (b) Combien y-a-t-il de codes se terminant par un chiffre pair ? 0,25pt
- (c) Combien y-a-t-il de codes contenant au moins un chiffre 4 ? 0,5pt
2. Combien y-a-t-il de codes possibles comportant trois chiffres distincts ? 0,25pt

B) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le cercle \mathcal{C} d'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. T est le point de coordonnées $(3; 4)$.

1. (a) Détermine les coordonnées du centre K du cercle \mathcal{C} et son rayon. 0,5pt
- (b) Trace le cercle \mathcal{C} et place le point T dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . 0,5pt
2. On mène du point T les deux tangentes au cercle \mathcal{C} et on note A et B les points de contact.
 - (a) Montre que les points A et B appartiennent au cercle (Γ) de diamètre $[KT]$. 0,5pt
 - (b) Construis (Γ) et écris une équation cartésienne de (Γ) . 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

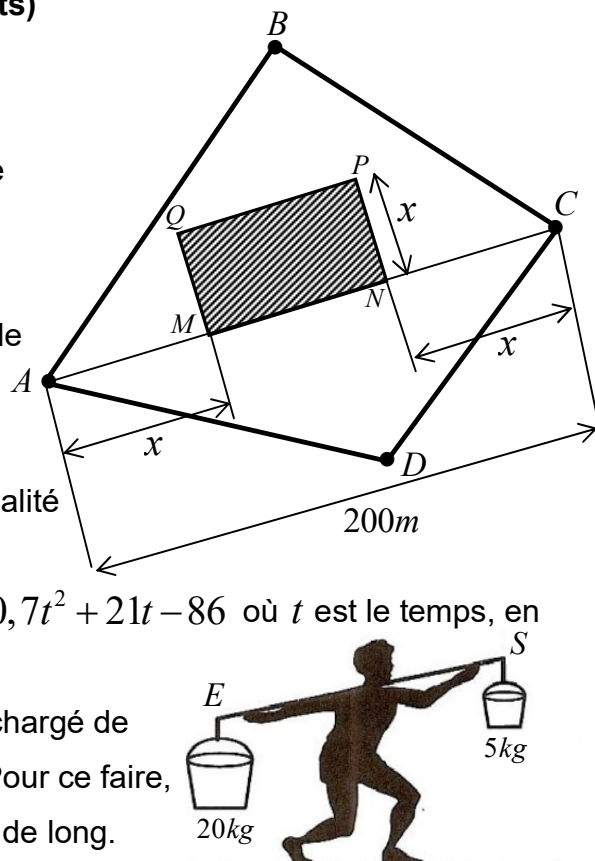
La municipalité d'un village décide d'implanter une salle polyvalente sur une zone constructible. La zone constructible est représentée ci-contre par le quadrilatère $ABCD$. L'aire totale de la zone constructible est de $18400m^2$.

Sur la figure ci-contre, le rectangle $MNPQ$ représente la salle polyvalente. L'espace situé autour de la salle polyvalente sera appelé « espace vert » d'aire $13450m^2$.

Des études de la circulation automobile dans cette municipalité ont montré que, au cours d'une journée, entre $9h$ et $21h$, la concentration en ozone est donnée par la relation $C(t) = -0,7t^2 + 21t - 86$ où t est le temps, en heure, et $C(t)$ la concentration, en $\mu g / m^3$ à l'instant t .

ISSA travaille comme aide-maçon dans ce chantier. Il est chargé de transporter avec précaution le mortier (sable+ciment+eau). Pour ce faire, il dispose d'une barre métallique d'extrémités E et S de $2m$ de long.

Deux seaux contenant du mortier sont fixés, l'un de $20kg$ en E et l'autre de $5kg$ en S . ISSA se demande en quel point G de la barre métallique il doit poser son épaule pour trouver l'équilibre.

**Tâches :**

1. Détermine les dimensions possibles de la salle polyvalente. 1,5pt
2. À quelle heure de la journée la pollution atteint-elle son maximum et quelle est sa concentration maximale ? 1,5pt
3. Réponds (schéma à l'appui) à la préoccupation d'ISSA. Échelle : $3,5cm$ pour $1m$. 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt