TRAVAUX DIRIGÉS SUR LES BARYCENTRES

EXERCICE 1

ABC est un triangle. On désigne par D symétrique de B par rapport a A, **I** le milieu de $[AC]$ et J le point tel que: $\overrightarrow{\mathbf{BJ}} + 2\,\overrightarrow{\mathbf{CJ}} = \vec{0}$.

1- Montre que **D, I et I** sont alignés.
2- Soient A, B et I trois points du plan tels que K milieu de **[AB]** tels que **AB=6cm.**
3- Déterminer l'ensemble (**Γ**) des points **M** du plan tels que : $\mathbf{MA^2 + MB^2} = \frac{61}{2}$
   a- Déterminer l'ensemble (**ψ**) des points **M** du plan tels que : $\overrightarrow{\mathbf{MA}}.\overrightarrow{\mathbf{MB}} = -\frac{9}{4}$

EXERCICE 2

ABCD est un rectangle tels que : AB = 6,4 cm et BC = 4,8 cm.

1. Faire la figure et calculer AC.
2. Soit G le barycentre de : (A ; 1), (B ; −1) et (C ; 1). Construire G.
3. Quel est l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = 41$.

EXERCICE 3

ABC est un triangle,

1- Démontrer que le barycentre G $(\mathbf{A};\mathbf{1})$; $(\mathbf{B};\mathbf{2})$ **et** $(\mathbf{C};\mathbf{2})$ est un point de la médiane par A.
2- On définit les points **P** et **Q** par : $\mathbf{3\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB}}$; $\mathbf{4\overrightarrow{AQ} = 3\overrightarrow{AC}}$ et K milieu de **[CP]**
4- Montre que **B, Q ; K et I** sont alignés.
5- Soient A, **B** et **I** trois points du plan tels que K milieu de **[AB]** tels que **AB=6cm.determiner**
   a- Déterminer l'ensemble (**Γ**) des points **M** du plan tels que $\mathbf{MA^2 - MB^2 = 2AB^2}$.

EXERCICE 4

ABC est un triangle tel que et **AB=AC=5cm et BC=6cm**. **J** est le milieu de **[BC]** et G son le centre de gravité.

1- Faire une figure puis Démontrer que est le barycentre des points pondérés (**A ; 1) et (J ; 2**).
2- Calculer **AJ ; GA et GJ**.
3- Démontrer que pour tout point **M** du plan : $\mathbf{MA^2 + 2MJ^2 = 3MG^2 + \frac{32}{3}}$.
4- Déterminer l'ensemble (**Φ**) des points **M** du plan tels que : $MA^2 + 2MJ^2 = \mathbf{32}$
5- Déterminer l'ensemble (**Ψ**) des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MJ} - MA^2 = \mathbf{3MA^2}$.
6- Donner la position relative de (**Φ**) et (**Ψ**).

EXERCICE 5

***Soient ABC est un triangle, G ; I et K** les points du plan tels que* **:**

$I = bar\{(B,4)\,;(C,-3)\}$; $G = bar\{(A,1)\,;\,(B,4);(C,-3)\}$ et $K = bar\{(B,4)\,;\,(A,1)\}$

1- *Construire le triangle **ABC** et les points **I ; K ; G.***
2- *Montrer que :* $\boldsymbol{G = Isobar\,\{(A,\alpha)\,;\,(I,\alpha)\}}$ $\boldsymbol{\alpha}$ *est un réels que l'on déterminera.*
3- ***a-*** *Montrer que :* $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{CB}$.
   ***b. Déduire** que les points sont **I, K et G** sont alignées.*
4- *On considère le point* $\boldsymbol{F = bar\{(A;-1)\,;\,(C;\,3)\}}$, *montrer que* $\boldsymbol{G \in (BF)}$.
5- *Déduire que les droites **(AI) ; (CK) et (BF)** sont concourantes en un point que l'on déterminera.*
6- Soit $(\boldsymbol{\Gamma})$ ensemble des points **M** du plan **(ABC)** tels que: $\boldsymbol{(\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}).(-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) = 0}$.
   ***a- Démontrer** que :* $\mathbf{\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}}$. ***b- Démontrer** que :* $\mathbf{-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MF}}$ **.**
7- ***Déduire la nature et les éléments caractéristiques de*** $(\boldsymbol{\Gamma})$**.**

EXERCICE 6

Soit A et B deux points du plan tel que : **AB = 4cm, K** le milieu de [AB].On donne : $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AG}$.

1- Écrire **G** comme barycentre des points **A** et **B**.

2- Montrer que **G** est le milieu de **[AK].**

3- Montrer que pour tout point **M** du plan, on a : $MA^2 + MB^2 - 2\,\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 16$.

4- Déterminer l'ensemble (Ψ) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -3$.

EXERCICE 7 .

***S**oient **ABC** est un triangle tes que : **AB=8Cm ; BC=6Cm et AC=10Cm** ; **G** est un point tels que :* $\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$ et **K** *milieux du segment* $[AC]$.

1- *Montrer que* $G = bar\{(A;1),(B;2),(C;1)\}$ *puis Construire le point* **K** et **G.**

2- Soit (Ψ) ensemble des points **M** du plan tels que: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.

3- ***Démontrer que* : B** $\in \Psi$.

4- ***Démontrer que le vecteur*** $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ ***est un point indépendant du point M.***

5- ***Déduire la nature et les éléments caractéristiques de*** (Ψ).

EXERCICE 8

***A, B et C** sont trois points du plan non alignés de l'espace.* $k \in [-1\,;\,1]$.*On note* G_k *le barycentre du système*$\{(A, k^2+1);\ (B,k);\ (C,-k)\}$.

1- *Représenter les points **A, B et C** puis I point milieu de* $[BC]$ *et les points* G_{-1} *et* G_1 .

2- *Montrer que pour tout.* $k \in [-1\,;\,1]$; *on* $\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$.

3- *Établir le tableau de variation de la fonction f définies sur [−1 ; 1].par* $f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$

4- *En déduire l'ensemble des points* G_k *quand **k** décrit l'intervalle [−1 ;1].*

5- Déterminer l'ensemble (Γ) et (ψ) des points **M** du plan de l'espace tels que:

(Γ) : $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$; (ψ) : $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

EXERCICE 9

1- ***ABC** est un triangle isocèle rectangle en **A** tel que* $AB = AC = 4cm$. *On désigne par :*

$G = bar\left\{\left(A, \sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\right);\ \left(B, \sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\right);\left(C, \sqrt{2}\right)\right\}$ avec $x \in IR$

a- *Donner la condition d'existence de* G sur IR.

2- *On suppose que* $x = \frac{\pi}{12}$

a- montrer que $G = bar\{(A\,;\sqrt{2}),(B\,;\sqrt{2}),(C\,;2)\}$.

b- Montrer que $\sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\,\overrightarrow{MA} + \sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\,\overrightarrow{MB} + \sqrt{2}\,\overrightarrow{MC} = (2\sqrt{2}+4)\overrightarrow{MG}$

c- Déduire l'ensemble **et** Construire (Σ) des points **M** du plan tels que

$\left\|\sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\,\overrightarrow{MA} + \sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\,\overrightarrow{MB} + \sqrt{2}\,\overrightarrow{MC}\right\| = \|3\overrightarrow{AC}\|$.

EXERCICE 10

***Soient ABC** est un triangle tes que : **AB=8Cm ; BC=6Cm et AC=10Cm** ; G est un point tels que :* $\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$ et **K** *milieux du segment* $[AC]$.

1- *Montrer que* $G = bar\{(A;1),(B;2),(C;1)\}$ *puis Construire le point **K** et **G.***

2- Soit (Ψ) ensemble des points **M** du plan tels que: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.

3- ***Démontrer que : B*** $\in \Psi$.

4- ***Démontrer que le vecteur*** $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ ***est un point indépendant du point M.***

5- ***Déduire la nature et les éléments caractéristiques de*** (Ψ).

EXERCICE 11

ABC est un triangle, on pose : $BC = a$; $AC = b$ et $AB = c$. A' est le milieu du segment $[BC]$; B' celui de $[AC]$ et C' celui de $[AB]$. Soit G l'isobarycentre du triangle ABC

1- Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + \left(\frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)$

2- En calculant de deux façons différentes $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right)^2$,

3- Établissez que : $2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 3MG^2 - \left(\frac{a^2+b^2+c^2}{6}\right)$

4- On considère les points communs aux cercles de diamètres **[AA']** *et* [BC] Montrer que, lorsqu'ils existent, ils appartiennent à un cercle de centre G dont on déterminera le rayon en fonction de ***a, b et c***

EXERCICE 12.

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$; $AC = 6$. Pour tout point M du plan on pose : $f(M) = MA^2 - 2MB^2$.

1. Exprimer $f(M)$ en fonction de MG^2 où $G = bary\{(A,1);(B,-2)\}$.
2. Déterminer k pour que la ligne de niveau k passe par C. Construire cette ligne de niveau.
3. On pose pour tout point M du plan :
$$g(M) = MA^2 - 2MB^2 + MC^2.$$
a) Calculer $g(A)$, $g(B)$, $g(C)$, $g(I)$; I étant le milieu de $[BC]$.
b) Montrer que $g(M) = 2\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GC} + m$; où m est un réel que l'on déterminera.
c) Reconnaître une ligne de niveau de l'application g.

EXERCICE 13

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 et de sens direct.

1. Construire les points I, J, K, et D définis par : I milieu de $[AC]$; J le barycentre des points pondérés $(B,1)$, $(C,3)$;K le barycentre des points pondérés$(A,1),\left(B,\frac{1}{4}\right),\left(C,\frac{3}{4}\right)$ et le point D est tel que :
$$3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$
2. Montrer que D est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on précisera.
3. Démontrer que D est le barycentre des points B et I affectés des coefficients que l'on déterminera. En déduire que D appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.
4. Calculer AD, BD et CD.
5. Déterminer l'ensemble ζ des points M du plan tel que :
$$2MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 16.$$
6. Vérifier que le centre de gravité G du triangle ABC appartient ζ puis construire ζ.

EXERCICE 14

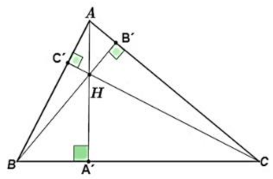
Dans le plan P on donne les points A, B et C tels que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ de deux manières différentes.
2. Soit G le barycentre des points pondérés $\{(A,2),(B,3),(C,3)\}$. Construire G et calculer la distance GA.
3. Soit l'application du plan dans $\mathbb{R}$ qui à tout point M de plan fait correspondre le réel : $f(M) = 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$.
a) Démontrer que $f(M) = f(G) + 4MG^2$.
b) Calculer $f(A)$et $f(G)$.
c) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $f(M) = f(A)$.

EXERCICE 15 ...

ABC* est** *un triangle tel que* ***les 3 angles *sont aigus.* ***A′** ,* ***B′*** *et* ***C′*** *Sont les pieds des hauteurs issues respectivement de* ***A, B et C et*** *on rappelle le théorème de sinus s'écrit* $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{abc}{2S} = R$

1- En utilisant le produit scalaire, montrer que$A' = \text{bar}\{(B; c\cos\hat{B}),(C;\ b\cos\hat{C})\}$



On pose $AB = c, AC = b, BC = a$

2- En déduire que $A' = \text{bar}\{(B; \tan\hat{B}),(C; \tan\hat{C})\}$

3- Démontrer que $B' = \text{bar}\{(A; \tan\hat{C}),(C; \tan\hat{C})\}$ et $C'\text{bar}\{(B; \tan\hat{B}),(A; \tan\hat{A})\}$

4- Déduire que $H = \text{bar}\{(A; \tan\hat{C}),(B; \tan\hat{B}),(C; \tan\hat{C})\}$

EXERCICE 16

ABC est un triangle rectangle isocèle coté de a. G est le point du plan tel que : $AB = AC = a$

1- Déterminer les réels m pour lesquels G_m=bar$\{(A;2);(B;-1),(C;m)\}$.

2- Construire G_0 et G_2 puis montrer que $G_0G_2 = \frac{2a\sqrt{2}}{2}$.

3- Que peut-on dire du vecteur $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ par rapport au point **M ?** justifier

4- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $(2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$.

5- Déterminer l'ensemble des points **M** du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

EXERCICE 17.

1- Soit ABC un triangle et I, J et K les points définis par : I est le milieu de [AB], $\overrightarrow{JC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JA}$ et $\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$. G, barycentre de (A;2),(B;2) et (C; −3).

2- Exprime I comme barycentre de A et B, J comme barycentre de A et C, et K comme barycentre de B et C.

3- Démontre que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes en

EXERCICE 18..

ABC est un triangle tels que $AB - AC = 2cm$ et $BC = 2\sqrt{2}cm$: **I** est le milieu de **[BC]**

1- Construire **J** barycentre des points pondérés **(A ; 1) et (I ; 2)** est le milieu de **[BC]** et G son le centre de gravité.

2- Faire une figure puis Démontrer que est le barycentre des points pondérés (**A ; 1) et (J ; 2**).

3- Déduire que **J** est le centre de gravité du triangle ABC.

4- On considère l'ensemble **(T)** des points **M** du plan tels que : $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 8$

a- Montre que : $BM^2 + CM^2 = 2JM^2$ et $AM^2 + 2IM^2 = 3JM^2 + \frac{4}{3}$

b- Déduire que pour tout point M du plan on a : $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 3JM^2 + \frac{16}{3}$

c- Déduire la nature et les éléments caractéristiques de **(T)**

EXERCICE 19.

On considère dans le plan, un triangle ABC rectangle en A tel que **AB = 2a et AC = a** , où a est un nombre réel strictement positif donné.

1- a) Détermine et construis le barycentre G des points pondérés : (**A** , **1**) , (**B** , **−1**) **et** (**C** , **1**).

b) Détermine et construis l'ensemble (C) des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

2- Soit H le point du plan défini par : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

a) Démontre que le point H est le barycentre des points pondéré : (**A** , **3**) , (**B** , **1**) **et** (**C** , **−2**).

3- Pour tout nombre réel k , on désigne par E_k l'ensemble des points M du plan tels que :

$3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = ka^2$. Détermine la valeur de k pour laquelle, E_k contient le point C.

4- Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 8a^2$.

EXERCICE 20(EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2001

Soit A ; B et I trois point tels que AB=5cm et I milieu **[AB].**

1- Construire le barycentre G des points pondérés A(;2) et B(;-1)

2- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $AM^2 + BM^2 = \frac{125}{2}$ et $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \frac{11}{4}$

EXERCICE 21(EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2003

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A. I désigne le milieu de l'hypoténuse. On donne, en centimètres, AB = 4.

1- Déterminer et construire le barycentre D du système {**(A ; 1), (B ; 1), (C ; 1)**}.

2- Démontrer que le quadrilatère ABDC est un carré.

3- Déterminer l'ensemble (G) des points M du plan tels que **MB² + MC² = 25**

4- On considère l'homothétie h de centre A et de rapport **1,5**. B′, C′ et D′ désignent les images respectives des points B, C et D par h.

a- Construire les points B′, C′ et D′.

b- Déterminer la nature du quadrilatère AB′D′C′ . c. Déterminer l'image de (G) par h

EXERCICE 22 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2006

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(\mathbf{0}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ Soient A (2, 1), B (2, 1) et S (3, 1) trois points du plan

1- Déterminer les coordonnées du point I, milieu du segment [AB].

2- Soit M un point du plan. Exprimer le réel $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ en fonction de **IM et AB.**

3- En déduire la nature de l'ensemble (C) des points **M** tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

4- Donner une équation cartésienne de (C).

5- Déterminer les coordonnées du point G, barycentre des points pondérés : **(A, 2) ; (B, 5) et (S, 1).**

6- Placer le point G dans le repère.

EXERCICE 23 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2008

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ Soient E (1 ; -3) et F (1 ; 3) deux points du plan.

1- Déterminer les coordonnées du point J tel que E soit le symétrique de F par rapport à J.
2- Montrer que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = MJ^2 - \frac{EF^2}{4}$
3- En déduire la nature de (Γ), ensemble des points du plan tels que : : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = 9$
4- Construire **(Γ)** dans$(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$
5- Donner une équation cartésienne de (Γ) dans le repère$(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$
6- **(Γ)** rencontre l'axe (ox) en deux points A et B et la parallèle à (oy) passant par J en deux points C et D.
   a- Donner les coordonnées des points A, B, C et D.
   b- Quelle est la nature exacte du quadrilatère ACBD ? c. Calculer son aire.

EXERCICE 24 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2009

Le plan affine euclidien est rapporté à un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$**.** G On considère point **I (-2 ; -1)** et les droites (D_m) d'équation **4x - 3y + 2m = 0** ; où m est un nombre réel.

1- Pour quelle valeur de m I appartient- il à **(D_m)** ?
2- On suppose dans la suite **m** $\neq \frac{5}{2}$**,** La distance d'un point **$M_o(x_o ; y_o)$** à la droite (D) d'équation ax + by +h = 0 est le réel d(M_o, (D)) défini par : d(M_o, (D))=$\frac{|ax_o+by_0+h|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
   a- Déterminer en fonction de m la distance de I à (D_m).
3- Soit C le cercle de centre **I** et de rayon **2**
   a- Donner une équation Cartésienne de C.
   b- pour quelles valeurs de m la droite **(D_m)** est-elle tangente à **C** ?
4- Soient **A (0 ; 1) et B (-4 ; -3)** deux points du plan
   a- Montrer que I est le milieu de semaine
   b- Montrer que l'ensemble des points M tels que **MA² + MB² = 24** est le cercle C.

EXERCICE 25 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2010

A et B deux point distincts du plan tels que **AB=9cm soit K le point définie par :** $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et M un point quelconque du plan.

1- Montrer K=bar$\{(A;2);(B,1)\}$ puis déduire que $2MA^2 + MB^2 = 3MK^2 + \frac{2}{3}AB^2$
2- Déterminer et construire l'ensemble (C) des points du plan tels que $2MA^2 + MB^2 = 81$

EXERCICE 26 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2011

On considère les points $P(-1,-3)$ et $Q(3, 1)$ dans un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$**.**

1- Montrer que P et Q appartiennent à la courbe (C).
2- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que **MP² + MQ² = 32**

EXERCICE 27 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2013

On désigne par A (1, 3), B (−1, 3) et C (−1, −1) trois points dans le repère$(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$**.**

1- Quelle est la nature du triangle ABC ?
2- Calculer cos $cos\widehat{ACB}$ et $os\widehat{BAC}$. En déduire les valeurs approchées en degré de $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$ ☐.
3- Trouver l'ensemble (E) des points M du plan tels que : M A² + MB² = 20.

EXERCICE 28 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2014

ABC est un triangle isocèle de sommet C tel que : AB = 6cm et AC = 4cm.

1- Déterminer et construire le point G barycentre des points pondérés (A; 3), (B; 2) et (C; −1).
2- Soit h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M′ tel que : $\overrightarrow{\mathbf{MM'}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{MA}} + \mathbf{2}\,\overrightarrow{\mathbf{MB}} - \overrightarrow{\mathbf{MC}}$
   a- Démontrer que: $\overrightarrow{\mathbf{GM'}} = -\mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{GM}}$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de h.
3- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que MA2 + MB2 = 26.
   a- Déterminer et construire (Γ). (b) Construire l'image (Γ ′) de (Γ) par h.

EXERCICE 29 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2018

ABCD est un carré de sens direct de centre O et de côté 3cm. On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure -$\frac{\pi}{2}$.

1- Déterminer les images des points A , B, C, D et O par la rotation r. 1,25pt

2- Construis le point E tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct. 0,25pt

3- On note G le barycentre des points pondérés (A,2) ; (B,1) et (E,1) et I le milieu du segment $[BE]$.

a) Montrer que le point G est le milieu du segment $[AI]$. 0,5 pt

b) Montrer que $AI^2 = \frac{27}{4}$.

c) (τ) est l'ensemble des points M du plan tel que $AM^2 + IM^2=\frac{27}{4}$.

i) Montrer que pour tout point M du plan on a : $AM^2 + IM^2=2GM^2+ \frac{AI^2}{2}$.

ii) Déterminer et construire l'ensemble (τ).

EXERCICE 30 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2018

ABCD est un carré de sens direct, de centre **O,** de longueur **AB**=2cm .soit $G=bar\{(A,3);(B,2);(C,3);(D,7)\}$

1- Montrer que G appartient a la route (BD)

2- Montrer a que : $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$ puis Construire le point G.

3- On se propose de déterminer et construire l'ensemble(Γ)des points M du plan tels que :
ABCD est un carré direct de centre **O** et tel que Soit le barycentre des points pondérés

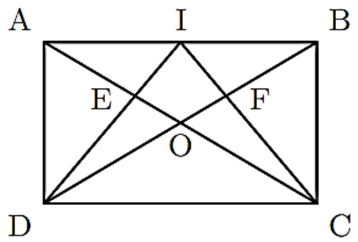
$$3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$$

a- Montre que $3AM^2 + 3CM^2 = 6AM^2 + 8$ et $2BM^2 + 2DM^2 = 4AB^2 + 8$

b- Montre que $M \in (\Gamma) <=> OM = \sqrt{2}$

c- Montre que le point A appartient à (Γ); déduis-en la nature exacte de (Γ) et Construis (Γ)

EXERCICE 31 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2020



ABCD est un rectangle de centre O. I est le milieu de [AB]. Les droites (AC) et (DI) se coupent en E, les droites (BD) et (IC) se coupent en F.

1. Déterminer l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (OI). **0,5 pt**

2. Montrer que le point F est le centre de gravité du triangle ABC. **0,5 pt**

3. En déduire que E est le centre de gravité du triangle BAD. **0,5 pt**

4. Soit h l'homothétie de centre O qui transforme A en E.
   a) Montrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles. **0,5 pt**
   b) Déterminer h(B). **0,5 pt**

5. Soit $K = \mathrm{bar}\{(A,2),(B,3),(C,1)\}$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|2\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$ **1 pt**

EXERCICE 32(EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2021

ABCD est un rectangle de centre **O,** de longueur **AB=8cm** et de largeur **BC=6cm**.

Soit (**Γ**) ensemble des points **M** du plan **(ABC)** tels que: $\|-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\ \overrightarrow{MD}\| = MA^2 + MD^2 + MC^2 + MB^2$.

1- Construire un tel rectangle **ABCD** et placer le point **O.**

2- **D**émontrer que $-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\ \overrightarrow{MD} = 12\overrightarrow{AC}$

3- **D**émontrer que : $MA^2 + MD^2 + MC^2 + MB^2 = 4OM^2 + AC^2$.

4- **D**éduire la nature et les éléments caractéristiques de (**Γ**).

EXERCICE 33 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2022

Soient ABC un triangle équilatéral de cote 3 cm, D et E les points du plan tels que :
Montrer que : $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $-\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}$

a- E est barycentre des points A et D affectés de coefficients que l'on précisera.

b- Pour tout point M du plan, montrer que $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{ME}$ et $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD}$

c- Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}\|$

EXERCICE 34 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2023.

Soient EFG un triangle isocèle en **E** tels que FG=8cm et **EF=5cm**. I milieu **de** [FG].

1- Construire EFG puis placer le point H et tels que de cote **3 cm**, **D** et **E** les points du plan tels que : $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EF}$

2- Montrer que le point **H** est le barycentre des points pondérés (**E**; **e**) **et** (**F**; **f**) ou **e** et **f** sont des réels à déterminer.

3- Pour tout point **M** du plan, montrer que $\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MI}$ **et** $2\overrightarrow{MF} - 2\overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{EF}$

4- Déterminer l'ensemble puis construire **(Γ)** : $\|\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG}\| = \|2\overrightarrow{MF} - 2\overrightarrow{ME}\|$

EXERCICE 35 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2024.

Soient ABC un triangle rectangle en A et de sens direct avec **AB=4cm**, I milieu **de** [BC] D et G, le barycentre des point **A, B** et **C** respectivement des coefficients **2,1** et **1**

1- Montrer que **G** est le milieu de [**IA**]

2- Soit (**Σ**) le lieu des points **M** du plan tels que: $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = BC$. Démontrer que (**Σ**) est un cercle de centre **G** passant par **A.** faire une figure ou on représentera (**Σ**)

3- Déterminer et représenter l'image (**Σ'**) *de* (**Σ**) par la rotation **r** de cette **A** d'angle de mesure $-\frac{\pi}{2}$

EXERCICE 36 (EXTRAIT PROBATOIRE « D » 2025.

Soient ABC un triangle rectangle en B et de sens direct avec **AB=8cm**, et **BC=6cm**.on note **D** le barycentre des point **A, B et C** respectivement des coefficients **1,-1** et **1, O** le milieu de [**CA**]

1- Montrer que **D** est barycentre des points **O** et **B** affecte des coefficients que l'on déterminera

2- En déduire que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BO}$ **Puis faire la figure.**

3- Montrer que ABCD est un rectangle.

4- Soit **(Γ)** l'ensemble des points **M** du plan tels que : $AM^2 + CM^2 = 100$

a- Montrer que B et D appartiennent a **(Γ).** | b) Monter que $AM^2 + CM^2 = 100$ équivaut à OM=5

c. En deduire la nature et les elements caracteristique de **(Γ).** **d.** construire **(Γ)**

5- **B** est l'image de **C** par une rotation de centre **O**. Quelle est l'image de **A** par cette rotation ?

EXERCICE 37 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2000)

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel qu'une mesure de l'angle orienté $\widehat{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})}=\frac{\pi}{2}$ On note

- G le barycentre du système (A, 2) ; (B,-1) ; (C, 1) ;
- (C) l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{AD}{2}$
- f l'application du plan qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1- Démontrer que G est le milieu de [AD]. Construire G

2- a) Démontrer que pour tout point M de (C), $MG = \frac{AD}{2}$

b) En déduire que (C) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

3- a) Démontrer que pour tout point M du plan : $\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{GM}$.

b) En déduire la nature de f et ses éléments caractéristiques

c) Construire (C) , puis déterminer et construire l'image (C') de (C) par f .

EXERCICE 38 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2005)

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en C tel que BC = 2 et AC = 3 ; I est le bar ycentre du système {(A, 2) ; (B, 5) ; (C, - 3)} J est le point du plan tel que $\overrightarrow{BJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

1- Montrer que le point J est un barycentre des points B et c affectés des coefficients que l'on déterminera.

2- Démontrer que les points A, I et J sont alignés puis Placer les points I et J.

3- Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble C des points M du plan tels que $AM^2 + JM^2 = 3$

EXERCICE 39 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2006)

On considère un rectangle **ABCD** tel que **AB = 10cm**, **BC = 4cm**, $\widehat{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})}=\frac{\pi}{2}$,E est le point du segment [DC] tel que **DE = 2cm**

1- Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}$ ·

2- On note (C) l'ensemble des points M du plan tels que : **MA² + MB² = 100.**

a- Démontrer que (C) est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.

b- Montrer que le point E appartient à (C). Puis Tracer le cercle (C).

3- On considère la rotation r de centre E et d'angle $(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})$.

a- Construire le point **I** 'I' image de I par r
b- Préciser la nature de (**C'**) image de (C) par r.
c- Montrer que les cercles (C) et (C') sont sécants. Tracer (C') sur la même figure.

EXERCICE 40 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2006)

Le plan orienté est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points P(4 ; 3), Q(1 ; 6) et G(0 ; 3).

1. a) Déterminer trois réels α, β, γ tels que G soit le barycentre des points (O ; α), (P ; β) et (Q ; γ).

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $4MO^2 - MP^2 + 4MQ^2 = 123$.

2. Soit I un point du plan et r la rotation de centre I de d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme P en Q.

a) Montrer que le triangle IPQ est un triangle équilatéral et préciser la longueur de ses côtés.

b) Donner une équation cartésienne de la médiatrice du segment [PQ].

c) Déduire de a) et b) les coordonnées du point I.

EXERCICE 40 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2016)

Une urne contient **six** jetons portant les numéros **1 ; 2 ; 3 ; 4 -1 et -3** On tire deux jetons successivement avec remise dans cette urne. On désigne par **a** le numéro porté par le premier jeton et par **b** celui porté par le deuxième jeton. **A** et **C** sont deux points fixes et distincts d'un plan (**P**). Déterminer le nombre de couples (**A ; a**) pour lesquels :

1- Les points pondérés (**A ; a**) et (**B ; b**) admettent un barycentre.
2- Le vecteur $a\overrightarrow{AM} + b\overrightarrow{BM}$ est constant quel que soit le point M du plan (P).
3- Les points pondérés (**A ; a**) et (**B ; b**) admettent un barycentre et ce barycentre appartient à [**AB**]
4- Les points pondérés et admettent un barycentre et ce barycentres en dehors du segment[**AB**].

EXERCICE 41 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2017)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$; on considère A(0 ; 2), B(-2 ;0) et C(2 ;0) trois points du plan. On note G le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B,1) et (C,1).

I-1) Montrer que le point O est le milieu du segment $[BC]$. 0,5 pt
2) En déduire que le point G appartient à la droite (AO). 0,25 pt
3) Déterminer les coordonnées du point G. 0,5 pt
4) Montrer que pour tout point M du plan, $AM^2 + OM^2 = 2GM^2 + 2$. 0,5 pt
5) En déduire que l'ensemble (T) des points M du plan tels que : $2AM^2 + BM^2 + CM^2 = 28$ est un cercle dont on précisera le rayon et le centre. 0,75 pt

EXERCICE 41 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2017)

1. Soient A et B deux points du plan tels que AB = 5. On désigne par I le milieu de [AB].

a) Déterminer l'ensemble ($\mathscr{C}$) des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 25$.

b) Déterminer l'ensemble ($\mathscr{D}$) des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 0$.

2. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique 1 cm. On donne les points A(−3, 1) et B(2, 1).

a) Déterminer une équation du cercle (Γ) de diamètre [AB] et tracer (Γ).

b) Vérifier que le point D(−2, 3) appartient à (Γ) et déterminer une équation de la tangente (T) à (Γ) en D.

c) Vérifier que le point E(2, 6) est extérieur à (Γ). Tracer le cercle (Γ') de diamètre [EI où I désigne le milieu de [AB]. En déduire les coordonnées du point de contact des tangentes à (Γ) menées de E.

EXERCICE 42 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2022)

A, B et C sont trois points du plan non alignés et D le barycentre du système **{(A, 1) ; (B, -1) ; (C, 1)}**

1- Soit h l'application du plan dans lui-même qui tout point **M**, associé le point **M'** tels que :
$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MM'}$

2- Justifier que h ne peut pas une translation.

3- Montrer que $\overrightarrow{DM'} = 2\overrightarrow{DM}$

4- Donner la nature et les éléments caractéristiques de

EXERCICE 43 (EXTRAIT PROBATOIRE « C » 2025)

Dans le plane orienté On considère un rectangle ABCD tel que AB = 2AD, $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}})=\frac{\pi}{2}$, on note I et J milieux respectifs des segments **[AB]** et **[DC]** On se pose $f = S_{(IC)} o t_{\overrightarrow{AB}} o S_{(IJ)}$

1- Caractériser l'isométrie $t_{\overrightarrow{AB}} o S_{(IJ)}$

2- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

3- On désigne par K ; L et M les points tels que : K=bar {(A, 2) (C, 1)} ; L=bar {(A, 1) ; (B, 2)} et M= bar {(B, -4) ; (C, 1)}

a- Montrer que B=bar {(M, 3) ; (C, 1)}

b- Montrer que L est le barycentre des points A ; M et C affecté des coefficients que l'on précisera

c- En déduire que le milieu de **[KM]**.

4- Déterminer l'ensemble des points N du plan tels que : $\|2\overrightarrow{NA}\,3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC}\| = \|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB}\|$

EXERCICE 43

ABC est un triangle rectangle en C tel que BC = 2cm et AC = 3cm. I et G sont deux points tels que $2\overrightarrow{BI} = -3\overrightarrow{BC}$ et $4\overrightarrow{AG} - 5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

1. Montrer que G est le barycentre du système {(A, 2) ; (B, 5) ;(C, −3)} **0,75 pt**

2. a. Ecrire I comme barycentre des points B et C. **0.25 pt**

b. Démontrer que G est le barycentre des points A et I affectés des coefficients dont on précisera. **0.5 pt**

3. En déduire que les points A, G et I sont alignés. **0.25 pt**

4. Faire une figure et placer les points G et I. **0.5 pt**

5. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + IM^2 = 35$

EXERCICE 44

I- A, B et C sont trois points du plan non alignés et **BC** $= x$**; et AC** $= y$ **et AB** $= z$ **tels que** $x < y$ **et** J milieu **[AB]**

1- Resoudre le système $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + y + z = 10 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 34 \end{cases}$. Déduire la nature du triangle ABCA.

2- Déterminer l'ensemble puis construire (Γ). $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = x^2$

II- Dans le plan orienté, on considère un carré direct **ABCD** de **côté 3cm ; E** est un **point tel que** D est le milieu du segment[AE] ; (Γ) est l'ensemble des points M tels que : $AM^2 + 2CM^2 - 2BM^2 = -9$

1- Construire la figure ou on retrouvera les points **A, B, C, D et E**

2- Démontrer que $\mathbf{E} = \mathbf{bar}\{(\mathbf{A};\mathbf{1}),(\mathbf{B};-\mathbf{2}),(\mathbf{C};\mathbf{2})\}$

3- Soit M un point du plan. Montrer que $AM^2 + 2CM^2 - 2BM^2 = EM^2 - 18$

4- Déduire que (Γ) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 45

Soit ABC un triangle équilatéral de cote 5 cm et de centre de gravité I. Soient D ; E ; F trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$; $E = \mathrm{Bar}\{(A;2);(C;-1)\}$; $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$

1. Fais une figure et place y les points D ; E ; F.
2. Soit k un réel. Détermine l'ensemble des valeurs du réel k pour lesquelles le barycentre ıes points pondérés $(A, -5k^2 + 1)$; $(B, 2k^2 + 3k)$; $(C, 2k - 3)$ existe.
3. On désigne par G est le barycentre des points pondérés $(A;\ 2)$; $(B; -4)$ et $(C; -1)$.

(a) Détermine et construis le point G.

(b) Montre que les points C; D ; et G sont alignés.

4. Montre que les droites (AF) ;(BE) ;(CD) sont concourantes.

A, B et C sont trois points non alignés du plan et E le milieu du segment **[AC]**. Soit t un réel de l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

1- a- Vérifier que : $\cos^2 t + \sin^2 t + \cos 2t = 2\cos^2 t$

2- Pour quelles valeurs de t, le système $\{(A; cos^2t) ; (B; sin^2t) ; (C; cos2t\ cos2t)\}$ possède un barycentre ? Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté G_t

3- On suppose que ABC est un triangle rectangle en C tel que $CA = 4$ et $CB = 2$. On note G le barycentre obtenu **pour** $t = \frac{\pi}{3}$.Démontrer que $GA^2 = GC^2$.

EXERCICE 46

- ABCD est un rectangle tel que $AB = 6cm$ et $BC = 4cm$. On considère les points I, J et K tels que I =bar$\{(A,-1),(B,4)\}$; J =bar$\{(C,2),(D,1)\}$ et K =bar$\{(A,-1),(C,2),(D,1)\}$. G est le point tel que $4\overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG}$. Soit g l'application du plan dans $\mathbb{R}$ qui à tout point M du plan associe le réel $g(M) = -AM^2 + 4\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DM}$.

1) Montrer que G est le barycentre du système $\{(A,-1),(B,4),(C,2),(D,1)\}$.
2) Montrer que G est le milieu du segment $[IJ]$.
3) Montrer que le point B appartient à la droite (GK) et construire le point G.
4) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$.
5) **a**-Déterminer $g(A)$ et $g(G)$.

   b-Montrer que $g(M) = 6\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{GM}$.

   c-En déduire l'ensemble des points M du plan tels que $g(M) = 0$

EXERCICE 47

L'unité étant le centimètre, A, B et C sont trois points du plan tels que AB= AC= 2 et BC= $2\sqrt{2}$. On note I le milieu du segment $[BC]$.

1-a) Donner la nature exacte du triangle ABC et construire ce triangle.

b) Construire le point J barycentre des points pondérés (A, 1) et (I, 2).

c) En déduire que J est le centre de gravité du triangle ABC.

2- On considère l'ensemble (T) des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 8$.

a) Montrer que pour tout point M du plan,

$BM^2 + CM^2 = 2IM^2 + 4$ et $AM^2 + 2IM^2 = 3JM^2 + \frac{4}{3}$.

b) En déduire que pour tout point M du plan, on a :

$AM^2 + BM^2 + CM^2 = 3JM^2 + \frac{16}{3}$

c) En déduire la nature et la construction de l'ensemble (T) .

EXERCICE 48

On donne deux points A et B du plan tels que $AB = 5cm$. Soit I le milieu de $[AB]$. On note G le barycentre du système $\{(A,1);(B,2)\}$ et H celui du système $\{(A,2);(B,1)\}$.

1) Construire les points G et H.
2) Démontrer que G et H sont symétriques par rapport a I.
3) Soit (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}).(2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = \frac{299}{4}$.

   a) Déterminer les réels x et y tels que pour tout point M du plan, on ait : $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = x\overrightarrow{MG}$ et $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = y\overrightarrow{MH}$.

   b) Montrer que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{MH} = MI^2 - \frac{25}{36}$.

   c) Déterminer et construire (Σ).

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES 1 :

*M. MAXWELL possède un grand espace dans son entreprise qu'il décide d'aménager une piste de course pour chevaux. Cette piste est délimité par deux disques de centre **G** comme l'indique la **figure 2** et représentés dans le plan par l'ensemble des points **M** tels que* $500 \leq \|\overrightarrow{MA}\|^2 + \|\overrightarrow{MB}\|^2 \leq 4700$ *Où **A et B** sont deux points fixes de l'enclos distants de **100.** Le **m²** d'espace réaliser coûte **550F.***

*M.MAXWELL possède un enclos qui a une forme constitué de l'ensemble des points **M** du plan tels que :* $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \frac{11}{4}$ *où **A et B** sont deux points fixes de l'enclos distants de **5 mètres**. Il décide de sécuriser cet enclos à l'aide de trois rangées de fil barbelé dont le mètre coûte **1250F***

*M. SOUFYANE est propriétaire d'une entreprise qui fabrique de parpaings située non loin d'une petite cour d'eau où il S'approvisionne. Transportant cette eau à l'aide de deux seaux, il a monté un dispositif constitué d'une tige en fer de longueur **4** mètres Aux extrémités de laquelle sont fixés les deux seaux, l'un de masse*

20kg** et l'autre de masse **5kg** de en **(voir figure 1).

<u>**Tâche 1**</u> : Donner une estimation de la dépense pour l'achat du fil barbelé.
<u>**Tâche 2**</u> : En quel point de la tige, MAXWELL doit-il poser son épaule pour trouver l'équilibre ?
<u>**Tâche 3**</u> : Quel est le montant nécessaire à la réalisation de cette clôture?

PARTIE B EVALUATIONS DES COMPETENCES *4,5pts*

Pour le conseil d'administration de son entreprise, monsieur Mr MAXWEL réunit les membres pour voter le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'une piscine et d'une espace de détente. S'agissant espace du parking , Cet espace est délimité dans le plan au tour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatérale ABC de côté10m et représenté par l'ensemble des points m du plan tels que $\mathbf{15} \leq \left\|\overrightarrow{\boldsymbol{MA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MC}}\right\| \leq \left\|\overrightarrow{\boldsymbol{MA}} - \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{MB}} + \mathbf{2}\,\overrightarrow{\boldsymbol{MC}}\right\|$
Il décide de placer long des abords de cette espace des panneaux électrique pour éclairer cet endroit et de recouvrir 0,15m de long un pied coûte 800FCFA.

« Le but n'est pas d'être meilleurs que les autres, mais c'est d'atteindre son objectif »