

EVALUATION HARMONISEE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

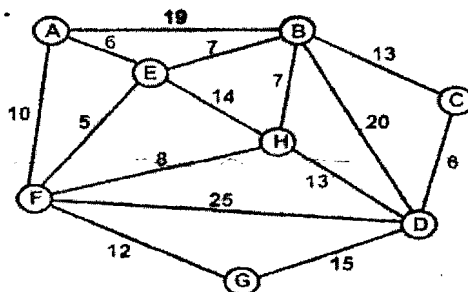
15 points

EXERCICE 1 : 05,75 points

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E) : $z^2 - 4z + 8 = 0$. On donnera les solutions sous forme exponentielle. 1 pt
 b) En déduire la résolution de l'équation $(-2iz + 3 + 3i)^2 - 4(-2iz + 3 + 3i) + 8 = 0$ 1 pt
2. On munit le plan d'un repère orthonormé. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 1 + i$, $b = \overline{a}$ et $c = 2b$. Soit (C) le cercle de centre D d'affixe $d = 3$ et de rayon $\sqrt{5}$.
 a) Calculer le quotient $\frac{c-d}{a-d}$ puis donner la nature exacte du triangle ACD. 0,75 pt
 b) Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle (C) 0,75 pt
3. Soit s la transformation du plan d'écriture complexe $z' = (-1 + i)z - 1 + 2i$
 a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de s . 0,75 pt
 b) Déterminer l'image (C') du cercle (C) par la transformation s 0,5 pt

II. On considère le graphe d'ordre 8 ci-contre.

A l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le chemin le plus court pour quitter du sommet A au sommet D.
1 pt



EXERCICE 2 : 05,25 points

- I. On pose pour tout entier naturel $n \geq 1$, $S_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$
 a) Calculer les valeurs de S_1 et de S_2 0,5 pt
 b) Démontrer par récurrence que $S_n = 2n^4 - n^2$ 0,75 pt
 c) En déduire l'entier naturel n tel que $S_n = 29161$ 0,5 pt
- II. On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 2 - 2i$. On pose $Z = \frac{z_1}{z_2}$
 a) Donner la forme algébrique de Z 0,5 pt
 b) Donner la forme trigonométrique de Z 0,5 pt
 c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 1 pt

III. On considère la série statistique suivante

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2 |
| y_i | 13 | 12 | 14 | 16 | k |

1. On suppose qu'une équation de la droite de régression de y en x est $y = 9x + 0,6$
 a) Calculer \overline{x} 0,25 pt
 b) Calculer \overline{y} en fonction de k 0,25 pt
 c) Calculer la valeur de k 0,5 pt
2. On suppose que $k = 20$ <http://sujetexa.com>

EXERCICE 3 : 04 points

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} , $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{4}[(U_n)^3 + 1]$

1. On définit sur $I = [0; 1]$ la fonction f par $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 + 1)$.

Etudier les variations de f puis montrer que $f(I)$ est inclus dans I

0,75 pt

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $U_n \in I$

0,75 pt

3. Soit g la fonction définie sur I par $g(x) = f(x) - x$. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in I$

0,5 pt

4. a) Montrer que pour tout $x \in I$, $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$

0,5 pt

b) En déduire que pour tout entier naturel n , $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4}$ puis que $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$

1 pt

c) En déduire que la suite (U_n) converge

0,5 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

05 points

Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en appel aux fonctions, statistiques et suites numériques pour déterminer un bénéfice maximal, un chiffre d'affaires et un capital.

Situation :

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs CFA de x portables est donné par $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$ et la recette de la vente de x portables est donnée par $R(x) = 480x - 20x^2$

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires trimestriels de cette entreprise en millions de francs CFA pour les années 2020 et 2021.

| Année | 2020 | | | | 2021 | | | |
|--------------------------|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| Rang du trimestre x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Chiffre d'affaires y_i | 330 | 325 | 305 | 290 | 282 | 285 | 260 | 238 |

M. BELL travaille dans cette entreprise. Au début de sa carrière, il place un capital initial de 2 millions de FCFA dans une banque au taux de 10% d'intérêts composés annuels. Avec l'argent qu'il aura capitalisé au bout de 25 ans, il envisage construire plus tard la maison de ses rêves dont le coût s'élèvera à 20 millions de FCFA du fait de l'inflation du coût des matériaux de construction.

1. Quel sera le chiffre d'affaires de l'entreprise au deuxième trimestre de l'année 2022 ?

1,5 pt

2. M. BELL pourra-il construire la maison de ses rêves avec tout l'argent épargné ?

1,5 pt

3. Quel est le nombre de téléphones portables à produire et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ?

1,5 pt

Présentation générale de la copie : 0,5 pt