

### EVALUATION HARMONISEE

#### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

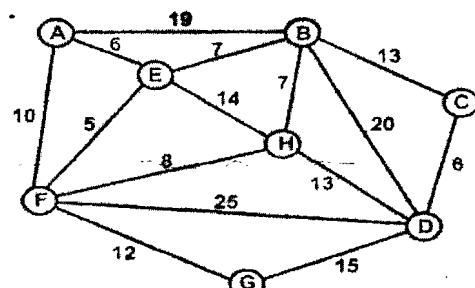
15 points

##### EXERCICE 1 : 05,75 points

- 1) a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $(E) : z^2 - 4z + 8 = 0$ . On donnera les solutions sous forme exponentielle. **1 pt**
- b) En déduire la résolution de l'équation  $(-2i z + 3 + 3i)^2 - 4(-2i z + 3 + 3i) + 8 = 0$  **1 pt**
2. On munit le plan d'un repère orthonormé. On considère les points A, B et C d'affixes respectives  $a = 1 + i$ ,  $b = \overline{a}$  et  $c = 2b$ . Soit  $(C)$  le cercle de centre D d'affixe  $d = 3$  et de rayon  $\sqrt{5}$ .
- a) Calculer le quotient  $\frac{c-a}{a-d}$  puis donner la nature exacte du triangle ACD. **0,75 pt**
- b) Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle  $(C)$  **0,75 pt**
3. Soit  $s$  la transformation du plan d'écriture complexe  $z' = (-1 + i)z - 1 + 2i$
- a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de  $s$ . **0,75 pt**
- b) Déterminer l'image  $(C')$  du cercle  $(C)$  par la transformation  $s$  **0,5 pt**

##### II. On considère le graphe d'ordre 8 ci-contre.

A L'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le chemin le plus court pour quitter du sommet A au sommet D. **1 pt**



##### EXERCICE 2 : 05,25 points

- I. On pose pour tout entier naturel  $n \geq 1$ ,  $S_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$
- a) Calculer les valeurs de  $S_1$  et de  $S_2$  **0,5 pt**
- b) Démontrer par récurrence que  $S_n = 2n^4 - n^2$  **0,75 pt**
- c) En déduire l'entier naturel  $n$  tel que  $S_n = 29161$  **0,5 pt**
- II. On considère les nombres complexes  $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$  et  $z_2 = 2 - 2i$ . On pose  $Z = \frac{z_1}{z_2}$
- a) Donner la forme algébrique de  $Z$  **0,5 pt**
- b) Donner la forme trigonométrique de  $Z$  **0,5 pt**
- c) En déduire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et de  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  **1 pt**

##### III. On considère la série statistique suivante

$x_i$	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$y_i$	13	12	14	16	$k$

1. On suppose qu'une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  est  $y = 9x + 0,6$
- a) Calculer  $\bar{x}$  **0,25 pt**
- b) Calculer  $\bar{y}$  en fonction de  $k$  **0,25 pt**
- c) Calculer la valeur de  $k$  **0,5 pt**
2. On suppose que  $k = 20$  **1 pt**

**EXERCICE 3 :** **04 points**

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$ ,  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{4}[(U_n)^3 + 1]$

1. On définit sur  $I = [0; 1]$  la fonction  $f$  par  $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 + 1)$ .

Etudier les variations de  $f$  puis montrer que  $f(I)$  est inclus dans  $I$  **0,75 pt**

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n \in I$  **0,75 pt**

3. Soit  $g$  la fonction définie sur  $I$  par  $g(x) = f(x) - x$ . Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha \in I$  **0,5 pt**

4. a) Montrer que pour tout  $x \in I$ ,  $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$  **0,5 pt**

b) En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4}$  puis que  $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  **1 pt**

c) En déduire que la suite  $(U_n)$  converge **0,5 pt**

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES** **05 points**

*Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en appel aux fonctions, statistiques et suites numériques pour déterminer un bénéfice maximal, un chiffre d'affaires et un capital.*

**Situation :**

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs CFA de  $x$  portables est donné par  $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$  et la recette de la vente de  $x$  portables est donnée par  $R(x) = 480x - 20x^2$

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires trimestriels de cette entreprise en millions de francs CFA pour les années 2020 et 2021.

Année	2020				2021			
	Rang du trimestre $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires $y_i$	330	325	305	290	282	285	260	238

M. BELL travaille dans cette entreprise. Au début de sa carrière, il place un capital initial de 2 millions de FCFA dans une banque au taux de 10% d'intérêts composés annuels. Avec l'argent qu'il aura capitalisé au bout de 25 ans, il envisage construire plus tard la maison de ses rêves dont le coût s'élèvera à 20 millions de FCFA du fait de l'inflation du coût des matériaux de construction.

- Quel sera le chiffre d'affaires de l'entreprise au deuxième trimestre de l'année 2022 ? **1,5 pt**
- M. BELL pourra-t-il construire la maison de ses rêves avec tout l'argent épargné ? **1,5 pt**
- Quel est le nombre de téléphones portables à produire et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ? **1,5 pt**