LYCEE CLASSIQUE DE DSCHANG			
EVALUATION NUMERO 3			
EPREUVE DE MATHEMATIQUES		SESSION	JANVIER 2026
DUREE : 4 HEURES	COEF : 4	CLASSES : TD + TI	

Examinateur : Dr EFON

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 : 03pts

A) Soit le polynôme p à variable complexe z défini par :
$P(z) = z^3 + (4-2i)z^2 + (8-7i)z + 15 - 15i$

1) Montrer que le polynôme p admet une racine imaginaire pur notée z_0 à déterminer **0,75pt**
1-Mettre sous la forme algébrique le nombre complexe : $u = (3+2i)^2$ **0,25pt**
2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 + (3-4i)z - 3 - 9i = 0$ **0,75pt**
3-Déterminer les nombres complexes $a\ et\ b$ tels que : $p(z) = (z+1+2i)(z^2+az+b)$ **0,5pt**
4-Déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation p(z)=0 **0,75pt**

Exercice 2 : 04,75pts

I-Soient les droites de régression de y en x et de x en y d'une série statistique double ayant pour équations respectives :$y = -1{,}5x + 6{,}5$ et $x = -0{,}6y - 4{,}22$

1) Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique **0,75pt**

2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y puis interpréter-le **0,75pt**

II- On donne les suites (u_n) : $\begin{cases} u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 2 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$ et $v_n = u_{n+1} - u_n$

1-a) Calculer u_2 ; u_3 ; u_4 et u_5 **1pt**

b) peut-on prévoir l'expression de (u_n) sous forme d'une puissance de 2 ? **0,25pt**

2) Soit la suite $v_n = u_{n+1} - u_n$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison ainsi que son premier terme **0,5pt**

b) Exprimer (v_n) en fonction de n **0,25pt**

3-a) Exprimer la somme : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$ en fonction de u_n et u_0 **0,5pt**

b) Exprimer la somme $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$ en fonction de n **0,5pt**

4) La prévision faite à la question 1-b) est-elle justifiée ? **0,25pt**

Exercice 3 : 3,25pts

1-a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul, on a :

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ **0,5pt**

b) En déduire la somme $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 71^3$ **0,25pt**

2) On considère la fonction h définie sur $j = [1; 2]$ par $h(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ et la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+2} \end{cases}$

a) Montrer que h réalise une bijection de j vers un intervalle k à préciser **0,5pt**

b) Montrer que $\forall\, x \in j$, $|h'(x)| \leq \frac{4}{9}$ **0,25pt**

c) Montrer par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N},\ 1 \leq u_n \leq 2$ **0,5pt**

d) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N},$ la suite (u_n) est croissante **0,5pt**

e) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{4}{9}|u_n - 2|$ **0,5pt**

f) En déduire que $|u_n - 2| \leq \left(\frac{4}{9}\right)^n$ **0,25pt**

<u>EXERCICE 4</u> : 4pts

Soit la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

1) Montrer que $f(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ **0,25pt**

2) Montrer que $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}\,(1+\sqrt{x-1})}$ et dresser le tableau des variations de f **1pt**

3) Etudier la branche infinie à la courbe de la fonction f **0,5pt**

4) Montrer que la fonction f réalise une bijection de $[2; +\infty[$ vers un intervalle j à préciser et déterminer sa bijection réciproque **0,75pt**

5) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque de f **0,5pt**

6) Tracer dans le même repère les courbes de la fonction f et de sa bijection réciproque **1pt**

<u>PARTIE B</u> : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Mr BOUBA est propriétaire d'une menuiserie qui fabrique entre 10 et 40 chaises par mois. On estime que le coût de fabrication de x chaises en FCFA est $c(x) = 10x^3 + 5000x + 20\,000$. Chaque chaise fabriquée est vendue au prix de 32000 FCFA. Il souhaite connaitre le nombre de chaises à fabriquer et vendre par mois pour réaliser un bénéfice maximal.

Par ailleurs, Mr BOUBA dispose d'une ferme. Le tableau suivant présente la quantité d'œufs (y) qu'il a vendus en fonction du mois (x).

X	1	2	P	4	5	6	7
y	395	374	355	334	312	q	266

Mais malheureusement pour lui, quelques données ont été effacées. On rappelle tout de même que ce tableau avait permis d'avoir : $\bar{X} + \bar{Y} = 335$ et $cov(x, y) = -88$. Il souhaiterait retrouver ces données qui ont été effacées. Pour partir de sa ferme située au point A (point de départ) pour la ville située au point G (point d'arrivée), il peut emprunter plusieurs itinéraires. Ces différents itinéraires sont représentés par un graphe dont les distances en km entre les paires de sommets sont les suivantes : A à B : 1km ; A à C : 2km ; B à F : 3km ; B à D : 2km ; C à D : 3km ; C à E : 4km ; D à E : 2km ; D à F : 3km ; D à G : 3km ; F à G : 4km ; E à G : 5km. Mr BOUBA souhaiterait connaître le chemin le plus court.

Tâches :

1) Quel est le bénéfice maximal dégagé par mois après la vente des chaises ? **1,5pts**

2) Quelles sont les données effacées p et q ? **1,5pts**

3) Quel est le chemin le plus court que Mr BOUBA peut emprunter pour partir de la ferme pour la ville ? **1,5pts**

Présentation : 0,5pt

Critère d'évaluation des compétences

	production	Interprétation correcte de la situation **0,5pt**	Utilisation correcte des outils **0,5pt**	Cohérence **0,5pt**
Tâche1				
Tâche2				
Tâche3				