

LYCEE CLASSIQUE DE DSCHANG

EVALUATION NUMERO 3

EPREUVE DE MATHEMATIQUES		SESSION	JANVIER 2026
DUREE : 3 HEURES	COEF : 4	CLASSES : PD+TI	

Examineur : Dr EFON

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 : 05pts

1) soit x un réel.

a) Démontrer que $\sin 8x = 8 \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x$ 1pt

b) Déterminer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$ 0,5pt

2) Soient l'équation (E) : $[2\cos^2 x - (2 + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2}][\sqrt{3}\cos x + \sin x - 1] = 0$ et le polynôme p de la variable t défini par : $p(t) = 2t^2 - (2 + \sqrt{2})t + \sqrt{2}$

a) Montrer que le polynôme p admet deux racines distinctes 0,5pt

b) Calculer $p(1)$ et conclure puis déterminer l'autre racine 0,75pt

c) Résous dans $] -\pi, \pi]$ l'équation $2\cos^2 x - (2 + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} = 0$ 1pt

d) Montrer que $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 0,5pt

e) En déduire la résolution dans $] -\pi, \pi]$ de l'équation $\sqrt{3}\cos x + \sin x - 1 = 0$ 0,75pt

Exercice 2 : 05pts

ABC est un triangle tel que : $AB = 8cm$; $AC = 6cm$ et $BC = 10cm$. On considère le point G tel que :

$4\vec{AG} - \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$. Soit J le milieu du segment $[BC]$.

1) Montrer que le point $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$ 0,5pt

2) En déduire que les points A, G et J sont alignés 0,5pt

3) Faire une figure et placer les points A, G et J 1pt

4) Montrer que $AJ = BJ = 5cm$ 0,5pt

5) On considère l'ensemble (C) des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 100$

a) Montrer que $MB^2 + MC^2 = 2MJ^2 + 50$ 0,75pt

b) En déduire que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 75$ 0,75pt

c) Déterminer et construire l'ensemble (C) 1pt

Exercice 3 : 05pts

1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+1}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J).

a) Déterminer le domaine de définition de f 0,5pt

b) Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ 0,75pt

c) Montrer que le point $A(-1; 1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C) 0,5pt

2) On donne l'application $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}; x \rightarrow \frac{2x-3}{x-1}$

- a) Démontrer que f définit une bijection et déterminer sa bijection réciproque **1pt**
- b) Déterminer les réels a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ **0,5pt**
- c) construire la représentation graphique de l'hyperbole H définie par : $H(x) = -\frac{1}{x}$ **0,5pt**
- d) Par quelle transformation simple du plan peut-on obtenir la courbe de f à partir de celle de H ? **0,25pt**
- e) Construire dans le même repère la courbe de f **0,5pt**
- f) Construire dans le même repère la courbe de la fonction g défini par : $g(x) = \left| \frac{2x-3}{x-1} \right|$ **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Mr OUMBE est un grand jardinier. Après la vente de ses récoltes, il a placé 169000frs dans une banque A à un taux d'intérêt annuel de $x\%$. Après un an, cette banque fait faillite et il retire son capital ainsi que les intérêts produits et place le tout dans une autre banque B à un taux d'intérêt annuel de $(x + 2)\%$. Après un an, les intérêts obtenus dans la banque B sont de 22308 frs

Par ailleurs, Mr OUMBE est confronté au problème d'approvisionnement en eau et il envisage creuser un puits. Les bords de ce puits sont l'ensemble des points M du plan vérifiant $ME^2 + MF^2 = 58$ avec $EF = 10m$. Le technicien qu'il a consulté pour creuser ce puits lui demande 2500frs par mètre cube de terre creusée tout en le rassurant qu'il aura de l'eau à 20m.

En attendant que son propre puits soit creusé, Mr OUMBE puise de l'eau chez son voisin pour arroser ses cultures. Mais, dans la brutalité, certains enfants qui venaient de puiser de l'eau ont coupé la corde du saut du puits. Mr OUMBE souhaite remplacer cette corde mais ne se souvient plus de sa longueur. On rappelle tout de même que la hauteur h du puits vérifie l'équation : $\sqrt{h^2 - 3h + 2} = \sqrt{5 - h}$ et qu'il faut en plus ajouter 5m de corde pour faciliter le mouvement de rotation de la poulie. Un mètre de corde coûte 300frs.

Tâches

- 1) Quelle est la valeur du taux d'intérêt x ? **1,5pts**
- 2) Combien dépensera-t-il pour creuser son puits **1,5pts**
- 3) Combien dépensera-t-il pour l'achat de la corde du saut du puits ? **1,5pts**

Présentation : 0.5point

Critère d'évaluation des compétences

	production	Interprétation correcte de la situation 0,5pt	Utilisation correcte des outils 0,5pt	Cohérence 0,5pt
Tâche1				
Tâche2				
Tâche3				