



La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (5 points)

1. p et q sont deux nombres réels strictement positifs tels que $p < q$ et on pose :

$$a = \frac{p+q}{2} ; \quad g = \sqrt{pq} ; \quad h = \frac{2}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} .$$

a) Démontrer que $p < h$ et $h < q$.

1pt

b) Démontrer que $g < a$.

0,5pt

c) Démontrer que $g^2 = ah$ et en déduire que $h < g$.

1pt

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes :

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$; b) $x^2 - x + 1 \geq 2x - 1$.

1,5pt

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation
$$\begin{cases} 3|x| - y^2 = -4 \\ |x| + y^2 = 4 \end{cases} .$$

1pt

Exercice 2 : (5 points)

I. Soit un demi-cercle de centre O et de diamètre $BC = 2$, A un point de ce demi-cercle tel que $\widehat{COA}$ soit aigu. H le projeté orthogonal de A sur (BC) et I celui de O sur (AB) comme l'indique la figure ci-contre. Soit α la mesure principale de $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

1. Démontrer que I est le milieu du segment $[AB]$

2. a) Montrer que $\widehat{AOH} = 2\alpha$.

0,5pt

b) Déduire que $OH = \cos 2\alpha$.

0,25pt

3. Exprimer AB en fonction de $\cos \alpha$.

0,5pt

4. Démontrer que $BH = 2\cos^2 \alpha$ et $OH = 2\cos^2 \alpha - 1$.

0,75pt

5. En déduire que $\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ et $\sin^2 \alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$.

1pt

II. Observer la figure ci-contre. La droite (AH) est la tangente au cercle au point A . $\widehat{ABC} = 106^\circ$ et $\widehat{ACB} = 64^\circ$.

1. Justifier que $\widehat{ADC} = 74^\circ$.

0,5pt

2. En déduire la mesure des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{CAH}$.

0,75pt

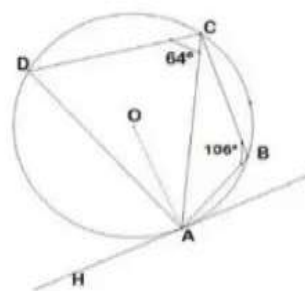
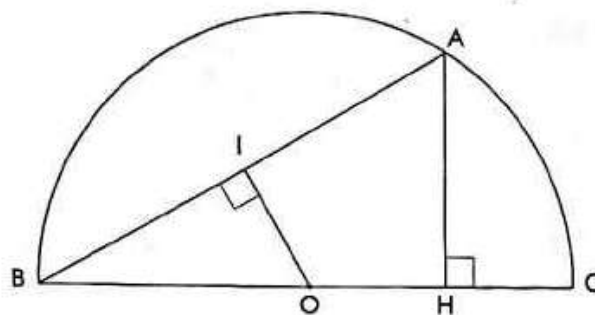
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DAH}$.

0,25pt

III. On se propose de démontrer la propriété du centre de gravité. Pour cela, on considère un triangle ABC , A' le milieu de $[BC]$. « Dire que G est le centre de gravité de ABC équivaut à dire que G est le point tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ».

Prouver que $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA'}$.

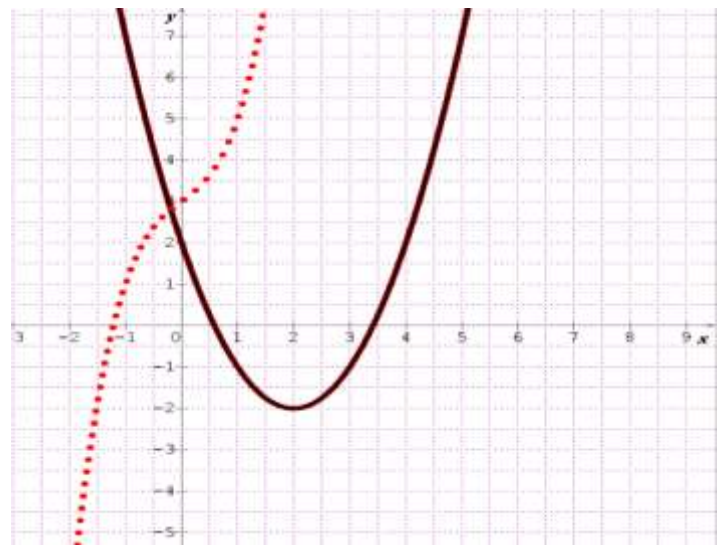
0,5pt



Exercice 3 : (5 points)

On considère les fonctions f et g dont les représentations sont respectivement en gras et en interrompu.

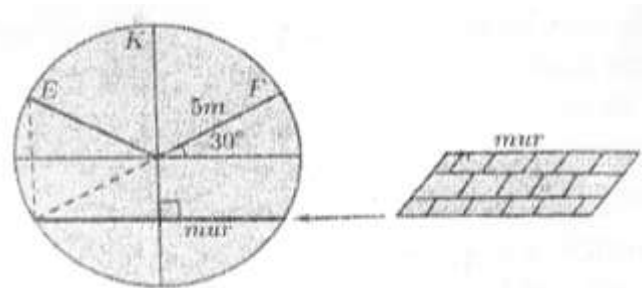
1. Donner l'ensemble de définition des fonctions f et g . **1pt**
2. Donner l'image de 0 ; 2 et 3,5 par f . **1pt**
3. Donner l'antécédent de 3 et 5 par g . **0,5pt**
4. Donner les images directes : $[1 ; 3]$ et $[-0,5 ; -1]$ par f . **1pt**
5. Donner l'image réciproque de $[3 ; 7]$ par g . **0,5pt**
6. Résoudre $f(x) = g(x)$ et $f(x) < 2$. **1pt**



Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5points)

Le jardin scolaire de forme assimilable à un disque de rayon 5 m d'un établissement est partagé en deux parties : celle du premier cycle (secteur de l'arc $\widehat{EF}$ contenant K) et le reste pour le second cycle. La portion du second cycle doit être séparée en deux par un mur rectangulaire de hauteur 3 m. Le proviseur donne une somme de 1500 FCFA pour 2 m² pour l'entretien du jardin de chaque cycle. En maçonnerie, le nombre de parpaings nécessaires pour élever un mur de face latérale 1 m² est estimé à 12.

Le proviseur possède une entreprise qui fabrique des fauteuils et chaises à l'aide de trois machines A, B et C. Pour fabriquer un fauteuil il faut utiliser les machines A et B pendant une heure, la machine C pendant 3 heures. Pour fabriquer une chaise on utilise les machines A et C pendant une heure, la machine B pendant deux heures. Mais les machines ne sont disponibles que 60 heures pour A, 90 heures pour B et 150 heures pour C. Un fauteuil génère un bénéfice de 10 000 FCFA et une chaise 5 000 FCFA.



On prendra $\pi = 3,14$ et $\sqrt{3} = 1,73$.

Tâches :

1. Déterminer la somme exacte à remettre au second cycle pour l'entretien de sa partie. **1,5pt**
 2. Déterminer le nombre de parpaings nécessaires pour la construction du mur. **1,5pt**
 3. Combien faut-il fabriquer de fauteuils pour avoir un bénéfice maximal ? **1,5pt**
- Présentation : 0,5pt**

Bonne et heureuse année 2026 à tous. Beaucoup de courage !!!

Éléments de correction MATHS 2nde C

Partie A : Évaluation des ressources

Exercice 1

a) * Démontrons que $p < h$

$$p < q \quad (\Leftrightarrow) \quad \frac{1}{q} < \frac{1}{p}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} < \frac{1}{p} + \frac{1}{p}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} < \frac{2}{p}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \frac{p}{2} < \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad p < \frac{2}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \boxed{p < h}$$

0,5pt

* Démontrons que $a < q$

$$p < q \quad (\Leftrightarrow) \quad p + q < 2q$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \frac{p+q}{2} < q$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \boxed{a < q}$$

0,5pt

b) Démontrons que $g < a$

$$p < q \quad (\Leftrightarrow) \quad p^2 < q^2$$

$$(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

$$(p-q)^2 \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad (p-q)^2 + 4pq > 4pq$$

$$(\Leftrightarrow) \quad p^2 - 2pq + q^2 + 4pq > 4pq$$

$$(\Leftrightarrow) \quad 4pq < p^2 + 2pq + q^2$$

0,5pt

$$(\Leftrightarrow) \quad 4pq < (p+q)^2$$

$$(\Leftrightarrow) \quad pq < \frac{(p+q)^2}{4}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \sqrt{pq} < \frac{\sqrt{(p+q)^2}}{\sqrt{4}} \quad \text{soit } \underline{g < a}$$

c) * Démontrons que $g^2 = ah$

$$g^2 = (\sqrt{pq})^2 = pq. \quad \text{et } ah = \left(\frac{p+q}{2}\right) \times \frac{2}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$$

$$= \frac{p+q}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$$

$$= (p+q) \times \frac{pq}{(p+q)} \quad 0,5pt$$

$$= pq$$

$$= g^2$$

d'où $g^2 = ah$.

* Démontrons que $h < g$

$g^2 = ah$ et $g < a$ (d'après 1. c) donc,

$$\Rightarrow g^2 < ag$$

$$\Leftrightarrow ah < ag$$

$$\Leftrightarrow \boxed{h < g}$$

0,5pt

2) * Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0 \quad 0,2pt$$

$$\left(x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 1$$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{1, 2\}}$$

0,2pt x 2 } 0,5pt

* Résolvons l'inéquation $x^2 - x + 1 \geq 2x - 1$

$$x^2 - x + 1 \geq 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 0.$$

qui est l'équation associée à l'équation précédente.

donc,

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$	+	-	+	+

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[}$$

0,2pt

3) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations

$$\begin{cases} 3|x| - y^2 = -4 \\ |x| + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$$$

Posons $X = |x|$, $X \geq 0$ et $Y = y^2$, $Y \geq 0$. 0,2pt

$$\text{Le système devient: } \begin{cases} 3X - Y = -4 \\ X + Y = 4 \end{cases}$$

$$\frac{4X = 0}{4X = 0} \Leftrightarrow X = 0$$

$$\text{donc, } Y = 4.$$

$$\text{On a } X = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$Y = y^2 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = 2 \text{ ou } y = -2.$$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}^2} = \{(0, 2), (0, -2)\}}$$

0,5pt par couple = 0,5pt

Exercice 2

I.

1. Montrons que I est le milieu de $[AB]$.

OA et OB sont les diamètres du cercle donc 0,2pt

OAB est un éq. soit I milieu de $[AB]$ car $(OI) \perp (AB)$.

2. a) Montrons que $\text{mes}(\widehat{AOH}) = 2\alpha$.

$$\text{mes} \widehat{AOH} = 2 \times \text{mes} \widehat{A\hat{B}C} = 2\alpha \quad 0,5pt$$

b) Démontrons que $OH = \cos 2\alpha$.

$$\cos(2\alpha) = \frac{OH}{OA} = \frac{OH}{1} \Leftrightarrow OH = \cos(2\alpha) \quad 0,2pt$$

3) Expression de AB en fonction de $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = \frac{BI}{BO} \Leftrightarrow BI = BO \cos \alpha = \cos \alpha. \quad 0,2 \text{ pt}$$

$$\text{or } AB = 2BI \Leftrightarrow \boxed{AB = 2 \cos \alpha} \quad 0,2 \text{ pt}$$

4) Démontrons que $BH = 2 \cos^2 \alpha$ et $OH = 2 \cos^2 \alpha - 1$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{BH}{AB} \Leftrightarrow BH = AB \times \cos \alpha \\ &= 2 \cos \alpha \times \cos \alpha \\ \boxed{BH = 2 \cos^2 \alpha} \quad 0,5 \text{ pt} \end{aligned}$$

$$BH = BO + OH \Leftrightarrow OH = BH - OB = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad 0,2 \text{ pt}$$

5) Deduction

$$OH = \cos 2\alpha \text{ et } OH = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}} \quad 0,5 \text{ pt}$$

$$\text{or } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sin^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\boxed{\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}} \quad 0,5 \text{ pt}$$

II,

1. Justification

$$\text{mes } \widehat{AOC} = 180^\circ - \text{mes } \widehat{ABC} = 180^\circ - 106^\circ = \underline{74^\circ} \quad 0,5 \text{ pt}$$

2. Deduction

$$\text{mes } (\widehat{AOC}) = 2 \text{ mes } (\widehat{ABC}) = 2 \times 74^\circ = \underline{148^\circ} \quad 0,25 \text{ pt}$$

$$\text{mes } (\widehat{CAH}) = \text{mes } (\widehat{ABC}) = 106^\circ \text{ (interceptent les arcs de même longueur).} \quad 0,5 \text{ pt}$$

$$3. \text{mes } (\widehat{DAH}) = \text{mes } (\widehat{CAH}) = 64^\circ \text{ (interceptent les arcs de même longueur).}$$

III. Prouvons que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GA}$

$$\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA'} + \vec{A'B} + \vec{GA'} + \vec{A'C}$$

$$= 2\vec{GA'} + \underbrace{\vec{A'B} + \vec{A'C}}_{\vec{0}} \quad 0,5 \text{ pt}$$

$$= \underline{2\vec{GA'}}$$

Exercice 3

1. Ensemble de définition:

$$\begin{aligned} D_f &= [-2, 7], & D_g &= [-2, 1,5] \\ &= [-1, 7] & &= [-2, 2] \end{aligned}$$

2. Image de 0, 2 et 3,5 par f :

$$\begin{aligned} f(0) &= 3 & f(2) &= -1,5 & f(3,5) &= -1,8 \\ 0,2 \text{ pt} & & 0,2 \text{ pt} & & 0,5 \text{ pt} \end{aligned}$$

3. L'antécédent de 3 et 5 par g .
 $g^{-1}(3) = 0$; $g^{-1}(5) = 1$ 0,5pt x 2 = 0,5pt

4. Image directe de $[1; 3]$ et $[-0,5; -1]$ par f .

$$f([1; 3]) = [-2; 0] \quad 0,5pt$$

$$f([-0,5; -1]) = [5; 8] \quad 0,5pt$$

5. Image réciproque de $[3; 7]$ par g .

$$g^{-1}([3; 7]) = [0; 2] \quad 0,5pt$$

6) Résolution:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow S_{IK} = \{3\} \quad 0,5pt$$

$$f(x) < 2 \Rightarrow S_{IK} =]-2; 0,3[\quad 0,5pt$$

Partie B: Évaluation des compétences

1. Somme à remettre au second cycle.

$$Ct_{\text{Eof}} = \frac{1}{2} r^2 \theta \quad \text{avec } \theta = 360^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 240^\circ = \frac{240\pi}{180} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{respecter } C_1, C_2, C_3 \\ \text{aire, angle, prix, règle de trois...} \end{array} \right\} = \frac{12\pi}{9} = \frac{4\pi}{3}$$

$$A_{\text{Eof}} = \frac{1}{2} \times (5)^2 \times \frac{4 \times 3,14}{3} = \underline{52,33 m^2} \quad 0,5pt$$

$$\text{Prix} = \frac{52,33 \times 1500}{2} = \underline{39\,247 \text{ FCFA}} \quad 0,2pt$$

2. Nombre de parpaings.

$$h = 3 \text{ m.} \quad \text{Ktz}$$

* Longueur:

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{donc, } L = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 5 = (\sqrt{3}) \times 5 \text{ soit } L = \underline{5 \times \sqrt{3} \text{ m}}$$

$$\text{Aire} = L \times l = L \times h = 5\sqrt{3} \times 3 = 15\sqrt{3} = 15 \times 1,73 = \underline{25,95 m^2}$$

$$\text{Nombre} = \frac{25,95 \times 12}{1} \approx \underline{312 \text{ parpaings}}$$

3. Nombre maximal de fauteuils:

on a le système: $\left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow \text{Nb fauteuils} \\ y \rightarrow \text{Nb chaises} \end{array} \right. \quad 0,2pt$

$$\begin{array}{r} x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \\ x/10 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y \leq 60 \\ x + 2y \leq 90 \\ 3x + y \leq 150 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 45 \text{ fauteuils} \quad 0,2pt$$

graphique: 0,5pt

Présentation: 0,5pt