MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCEE TECHNIQUE DE MEIGANGA
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
Second Cycle IND

Année scolaire : 2025 – 2026
Evaluation N° 3
Classes : Premières F
Durée : 2H Coef : 3
Prof : ETOU'OU AXEL DIEUDONNE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**NB : La clarté et la lisibilité de la copie seront prise en compte dans l'évaluation du candidat.**

*L'épreuve comporte deux exercices et un problème réparties sur deux pages et notée sur 40*

## Exercice 1 : 6 points

On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - (3+\sqrt{2})x^2 + (2+3\sqrt{2})x - 2\sqrt{2}$

1. **a)** Développer $(2-\sqrt{2})^2$ **0,5 pt**
   **b)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $x^2 - (2+\sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = 0$ **1 pt**
2. Démontrer que : $P(x) = (x-1)(x^2 - (2+\sqrt{2})x + 2\sqrt{2})$ **0,5 pt**
   **a)** En déduire dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'équation $P(x) = 0$ **1 pt**
   **b)** Dresser le tableau de signes de $P$ et en déduire dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'inéquation $P(x) \geq 0$ **1,5 pt**
3. A la fin d'une période d'évaluation, trois élèves, Alfred, Bernard et Christophe ont obtenu les notes suivantes sur 20 :
   Alfred : 8 en mathématiques, 11 en français et 12 en anglais
   Bernard : 14 en mathématiques, 7 en français et 10 en anglais
   Christophe : 11 en mathématiques, 9 en français et 18 en anglais
   Les moyennes respectives de Alfred, Bernard et Christophe sont respectivement : 9,7 ; 11,1 et 11,8. Quel est le coefficient de chacune de ces matières ? **1,5 pt**

## Exercice 2 : 7 points

1. Pour tout réel $x$, on pose $A(x) = -1 + 2cos^2x + 2sinxcosx$
   **a)** Montrer que pour tout réel $x$, $A(x) = \sqrt{2}\ \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ **1 pt**
   **b)** Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'équation $A(x) = -1$ **2 pts**
2. Dans le plan complexe de repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$, on considère les nombres complexes $Z_1 = 1 - i$ et $Z_2 = 2[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}]$
   a) Donner le type d'écriture correspondant respectivement à chacun des nombres complexes $Z_1$ et $Z_2$ **1 pt**
   b) Placer les ponts $M$ et $N$ images respectives des nombres complexes $Z_1$ et $Z_2$ **1 pt**
3. Déterminer l'écriture algébrique et trigonométrique de $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$ **2 pts**

## PROBLEME 27 points

### Partie A : 9,5 points

**I.** On considère la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par : $f(x) = x^3 - 3x - 1$

1. Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$ **0,5 pt**
2. **a)** Calculer la dérivée de $f$ puis étudier ses variations **1 pt**
   **b)** Dresser le tableau de variations de la fonction $f$ **1,5 pt**
3. Déterminer une équation de la tangente $(T)$ à $(C_f)$ au pont d'abscisse 0 **1 pt**
4. Tracer la droite $(T)$ et $(C_f)$ dans le même repère orthonormé $(O\ ;\ .I\ ;\ J)$ tel que $OI\ =\ OI\ =\ 1cm$ **1 pt**

**II.** Soient les suites $(U_n)$ et $(V_n)$ défnes par $\begin{cases} U_0 = & 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1} \end{cases}$ et $V_n = \frac{1}{U_n}$

1. Calculer $U_1$ ; $U_2$ ; $V_0$ et $V_1$ **1 pt**
2. Montrer que $(V_n)$ est une suite arithmétique dont-on indiquera sa raison et son premier terme **1,5 pt**
3. Exprimer $V_n$ en fonction de $n$, puis $U_n$ en fonction de $n$ **1 pt**
4. Exprimer en fonction de $n$, $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ **1 pt**

**__Partie B__ :** **17,5 points**

**I.** Soit $g$ une fonction définie par : $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de $g$ **1 pt**
2. **a)** Calculer les limites de $g$ aux bornes de son ensemble de définition **2 pts**

   **b)** En déduire que $(C_g)$ admet une asymptote dont-on précisera l'équation cartésienne **0,5 pt**
3. **a)** Déterminer la dérivée $g'$ de $g$ et étudier son signe suivant les valeurs de $x$ **1 pt**

   **b)** Dresser le tableau de variations de $g$ **1,5 pt**
4. Tracer $(C_g)$ dans le repère orthonormé *(O ; .I ; J)* **1,5 pt**

**II.** Voici le tableau des variations d'une fonction $h$ définie par $h(x) = ax + b + \frac{c}{2x-4}$, à l'aide de ce tableau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

1. a) Déterminer le domaine de définition de la fonction $h$ **0,5 pt**

   b) donner les limites aux bornes du domaine de définition **2 pts**

   c) Ecrire une équation cartésienne de l'asymptote verticale **0,5 pt**
2. Trouver les réels $a, b$ et $c$ tel que pour $x \neq 2$, $h(x) = ax + b + \frac{c}{2x-4}$ **1,5 pt**
3. Calculer $\lim_{x\to-\infty}[h(x) - \frac{x}{2}]$ et en déduire une équation cartésienne de l'asymptote oblique à la courbe $(C_h)$ de $h$ **1 pt**
4. Etudier le signe de $l(x) = h(x) - \frac{x}{2}$ pour $x \neq 2$ et donner une interprétation graphique **1,5 pt**
5. Montrer que le pont $\Omega\binom{2}{1}$ est centre de symétrie à $(C_h)$ **1 pt**
6. Tracer les asymptotes et $(C_h)$ dans le repère orthonormé *(O ; .I ; J)* **2 pts**

« Béni soit le règne qui vient, le règne de David, notre père ! Hosanna dans les lieux très hauts » Marc 11 :10