Année scolaire : 2025 – 2026
Evaluation N° 3
Classes : Premières ESF/IH
Durée : 2H Coef : 2/3
Prof : ETOU'OU AXEL DIEUDONNE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB : La clarté et la lisibilité de la copie seront prise en compte dans l'évaluation du candidat.

L'épreuve comporte deux exercices et un problème réparties sur deux pages et notée sur 40

Exercice 1 : 6 points

On considère le polynôme P tel que : $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

1. Montrer que $x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$ **0,5 pt**
2. Calculer $P(-2)$ puis conclure **1 pt**
3. Déterminer trois réels a, b et c tel que $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$ **1,5 pt**
4. Montrer que $x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+3)(x+2)$ puis en déduire la résolution de l'équation $P(x) = 0$ **1 pt**
5. Dresser le tableau de signe de P et en déduire dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'inéquation $P(x) \leq 0$ **2 pts**

Exercice 2 : 9 points

I. Un marchand de jouets désirant attirer des enfants dans son magasin distribuait chaque jour le même nombre de bonbons gratuitement aux enfants qui se présentaient devant le magasin à la sorte de l'école. Le lundi, n enfants se sont partagés à égalité les bonbons. Le mardi, quatre enfants parmi les n enfants ne sont pas venus. Alors, chacun des autres a eu 6 bonbons de plus. Le mercredi, certains des n enfants ont ramené des copains et il y a eu 12 enfants de plus, de sorte que chacun d'eux eut 6 bonbons de moins.

1. En désignant par x le nombre de bonbons que distribuait le marchand et par y le nombre de bonbons reçus le lundi par chacun des n enfants, montrer que x et y vérifient le système (S) : $\begin{cases} 6x - 4y = 24 \\ 12y - 6x = 72 \end{cases}$ **2 pts**
2. Déterminer :
   a) Le nombre de bonbons que chaque enfant a reçus le lundi **1 pt**
   b) Le nombre d'enfants qui se sont présentés le lundi devant le magasin **0,5 pt**
   c) Le nombre de bonbons que le marchand distribuait chaque jour **0,5 pt**

II. On a interrogé 18 mamans à propos de l'allaitement artificiel et de l'allaitement maternel : 14 disent pratiquer l'allaitement maternel ; 7 disent pratiquer l'allaitement artificiel et 3 disent pratiquer les deux. A l'aide du diagramme de VENN, déterminer :

1. Le nombre de mamans qui pratiquent uniquement l'allaitement maternel **0,5 pt**
2. Le nombre de mamans qui pratiquent uniquement l'allaitement artificiel **0,5 pt**
3. Le nombre de mamans qui pratiquent uniquement un seul type d'allaitement **0,5 pt**

III. Donner le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse juste :

1. Le nombre d'anagramme du mot REUSSITE est : **0,5 pt**
   a) 10080 b) 100,80 c) 10,080
2. Le nombre de possibilités de tirer successivement avec remise trois boules indiscernables au toucher d'une urne qui en contient cinq est : **0,75 pt**
   a) 10 b) 125 c) 60
3. Le nombre de façons de tirer successivement sans remise quatre boules indiscernables au toucher d'une urne qui en contient douze est : **0,75 pt**
   a) 495 b) 20376 c) 11880

4. Le nombre de tirages simultanés de trois boules indiscernables au toucher d'une urne qui en content huit est : **0,75 pt**

   b) 56 b) 512 c) 336

5. Le nombre de tiercés gagnants d'une course de quinze chevaux est : **0,75 pt**

   a) 455 b) 3375 c) 2730

PROBLEME **25 points**

Partie A : 10,5 pts

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0; 4]$ par : $f(x) = x^2 - 4x + 6$ et (C_f) sa courbe représentative, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$

1. Calculer les réels suivants : $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(2)$ et $f(1)$ **1,5 pt**
2. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe dans $[0; 4]$ **1,5 pt**
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f dans l'intervalle $[0; 4]$ **1,5 pt**
4. Montrer que la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie à la courbe (C_f) **1 pt**
5. Ecrire les équations cartésiennes des tangentes (T_1) et (T_2) à la courbe (C_f) aux ponts d'abscisses respectives $x_0 = 1$ et $x_1 = 2$ **2 pts**
6. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et construire la courbe (C_f) ainsi que les tangentes (T_1) et (T_2) **3 pts**

Partie B : 14,5 pts

Le tableau des variations ci-contre est celui d'une fonction numérique g

x	-3		1		5
$g'(x)$		$+$	‖	$+$	
$g(x)$	$\frac{5}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↗	$\frac{3}{2}$

1. Par lecture, déterminer :
   a) L'ensemble de définition de la d'une fonction g **1 pt**
   b) Les limites de g aux bornes de son D_g **2 pts**
   c) Une équation de l'asymptote à la courbe (C_g) de g **0,5 pt**
   d) Le sens de variations de g sur $[-3; 1[$ et sur $]1; 5]$ **1 pt**

2. On suppose que la fonction g est défne pour tout $x \neq 1$ par $g(x) = \frac{ax+b}{x-1}$ où a et b sont des nombres réels

a) En utilisant le tableau des variations de la fonction g, montrer que a et b vérifient le système $\begin{cases} 3a - b = 10 \\ 5a + b = 6 \end{cases}$ **2 pts**

b) En déduire que $a = 2$ et $b = -4$ **2 pts**

3. Calculer $g'(x)$ **1 pt**
4. Ecrire $g(x)$ sous la forme $g(x) = \gamma + \frac{\beta}{x-1}$ où γ et β sont des réels à déterminer **1,5 pt**
5. Montrer que $\Omega\binom{1}{2}$ est centre de symétrie à la courbe (C_g) **1,5 pt**
6. Représenter la courbe (C_g) de g dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$du plan. Unité graphique 1 cm **2 pts**

« Béni soit le règne qui vient, le règne de David, notre père ! Hosanna dans les lieux très hauts » Marc 11 :10