



COLLÈGE D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE BILINGUE
BILINGUAL SECONDARY SCHOOL
Situé à Logpom (Fin Goudron)

EXAMEN SOMMATIVE N°3

Vendredi 31 Janvier 2025

Discipline	Coef	Classe	Durée	Examineur
MATHEMATIQUES	4	TD	4h	DEPARTEMENT

La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 :

5 POINTS

I. Le plan est muni du repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) . (Unité sur les axes : 2 cm). On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives $a = -2, b = -3i, c = 2 - 6i$ et $d = 2 - 3i$.

1. a) Placer les points A, B, C et D dans le repère. 0,5pt
- b) Démontrer que les points A, B et C sont alignés. 0,5pt
- c) Calculer $\frac{d-b}{d-c}$ et en déduire que les points B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. 0,5pt
2. Soit S la similitude de centre D qui transforme B en C .
- a) Donner l'écriture complexe de S . 0,5pt
- b) Déterminer les autres éléments caractéristiques de S . 0,5pt
- c) Construire le point E , image de C par S , puis déterminer son affixe e . 0,5pt
3. Déterminer un polynôme $P(z)$ de degré 3 dans \mathbb{C} , admettant a, b et c pour racines. 0,5pt

II. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 1 + 2i + 3i^2 + \dots + ni^{n-1} = \frac{-(n+1)i^{n+1} - ni^{n+i}}{2}$ 1pt

Exercice 2 :

5 POINTS

I-1. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

- a) Etudier les variations de g , puis dresser son tableau des variations. 1pt
- b) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . 0,5pt

2. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$. On désigne par (C_f) la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2cm.

a) Sachant que la courbe (C_f) de f passe par $A(1; 0)$ et qu'elle admet en ce point une tangente horizontale, montrer que $a = 1$ et $b = -1$. 0,75pt

Dans la suite de l'exercice, on suppose que $a = 1$ et $b = -1$.

- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0,5pt
- c) Vérifier que pour tout $x > 0, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ et dresser le tableau de variation de f . 0,75pt
3. a) Justifier la droite $(D): y = x - 1$ est asymptote à la courbe de f . 0,25pt
- b) Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (D) . 0,75pt
- c) Tracer (C_f) et (D) . 0,75pt

II. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant : $\begin{cases} \ln(xy) = 4 \\ \ln x \ln y = -12 \end{cases}$. 0,5pt

Exercice 3 :**5 POINTS****I-1.**Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$f(x) = (2x - 1)(x^2 - x + 8)^5 ; \quad g(x) = \frac{3x^2 - 4x}{\sqrt{2x^3 - 4x^2 + 2}}$$

0,5pt+ 0,5pt2.On pose $h(x) = \cos^4 x$ a)Montrer en Linéarisant que $h(x) = \frac{1}{8} \cos(4x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{3}{8}$ **0,75pt**b) En déduire la primitive de h qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$ **0,75pt****II-** On a relevé la quantité (en tonnes) de riz importé par une ville qui mène une politique d'autosuffisance en riz. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

Année (x_i)	2014	2015	2016	2017	2018
Quantité de riz (y_i)	81,5	79	76	74	70,5

1.Calculer le coefficient de de corrélation linéaire r entre X et Y sous forme d'un arrondi d'ordre 3 puis interpréter graphiquement le résultat.**1pt**2.Justifier que de la droite (D) de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés a pour équation $y = -2,7x + 5519,4$.**0,5pt**

3.Estimer la quantité de riz importée en 2025.

0,5pt

4.En quelle année cette ville va cesser d'importer du riz ?

0,5pt**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES****Situation :** En février 2014, la population électorale de la commune de Manjo était 20000 électeurs. Chaque année, cette population électorale augmente de 5%. De plus, 1000 électeurs supplémentaires viennent s'y établir définitivement. Aux élections couplées de février 2020, le taux d'abstention était de 20%. BOGNO souhaite déterminer le nombre de votants dans cette commune en février 2020.

MASSAY est un artisan qui a été choisi de réaliser une portion de dessin sur le pagne de la journée internationale de la femme. Il souhaite réaliser dans un cadre carré, un dessin d'art représentant à la fois l'œil et les lèvres de la femme, mère de l'humanité. Son fils BOGNO lui propose de modéliser la situation par les représentations des courbes de la fonction f et sa réciproque f^{-1} puis leurs symétriques par rapport aux axes de coordonnées et à l'origine du repère. f est définie sur $[0; e]$ par: $\begin{cases} f(x) = x(\ln x - 1)^2 + x \\ f(0) = 0 \end{cases}$

MASSAY possède un jardin de plantes médicinales et estime qu'il y a au moins 1000 plants. Sa fille FARAYE, curieuse, a voulu connaître le nombre exact de plantes médicinales disponibles sur ce jardin. Son père lui a tendu un document dans lequel on peut lire : « l'unité de longueur est 5 mètres, 25 plantes par mètre carré et dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , les affixes respectives Z_A , Z_B et Z_C des sommets A , B et C du jardin sont les solutions de l'équation complexe d'inconnue z (E) : $z^3 - (3 + 5i)z^2 + 14iz + 22 + 6i = 0$. »

FARAYE est incapable de résoudre l'équation (E) néanmoins, elle a réussi à montrer que $-1 + i$ est solution de (E).

1. Présenter la maquette pensée par BOGNO pour aider son père.

1,5pt

2. Aider FARAYE à satisfaire sa curiosité.

1,5pt

3. Aider BOGNO à déterminer le nombre de votants en 2020.

1,5pt**Présentation : 0,5pt**