REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

Année scolaire : 2025-2026
Classe : 1ère C
Durée : 3h   Coefficient : 6
Prof : T. N AWONO MESSI

Mardi 13 janvier 2026

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

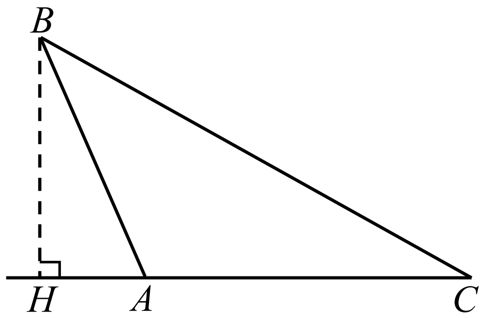
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

1. Montre que pour tous réels a et b, on a : $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$. **0,5pt**
2. Montre que pour tout réel x, $\cos^6 x+\sin^6 x=\frac{1}{8}(5+3\cos 4x)$. **0,75pt**
3. Résous dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $(E):\cos^6 x+\sin^6 x=\frac{3}{8}\left(\sqrt{3}\sin 4x+\frac{8}{3}\right)$. **1,25pt**
4. Place les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

Dans la figure ci-contre, on donne un triangle ABC tel que $AB=4$, $AC=6$ et $BC=2\sqrt{19}$.
Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC) et (Σ) l'ensemble des points M du plan $\mathscr{P}$ tels que $MA^2-MC^2=-60$. On désigne par I le milieu de $[AC]$.



1. (a) Montre que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-12$. **0,5pt**
   (b) Déduis-en $\cos\widehat{BAC}$ et l'angle $\widehat{BAC}$. **0,5pt**
2. (a) Calcule IH et vérifie que $B\in(\Sigma)$. **0,5pt**
   (b) Montre que $MA^2-MC^2=2\overrightarrow{IM}\cdot\overrightarrow{AC}$. **0,5pt**
   (c) Déduis-en l'ensemble (Σ). **0,5pt**
3. Détermine l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MA^2+MC^2=36$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (4,25 points)

A) 1. On considère l'application φ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ qui, à tout x associe $\varphi(x)=x^2\sqrt{3}-x-2\sqrt{3}$.
   (a) Résous $\varphi(x)=0$. **0,5pt**
   (b) L'application φ est-elle injective ? bijective ? Justifie. **0,5pt**

2. On considère les fonctions $f:\begin{array}{l}\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto x^2-1\end{array}$; $g:\begin{array}{l}\mathbb{R}^*\longrightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto \dfrac{3x-1}{x}\end{array}$; $h:\begin{array}{l}\mathbb{R}^*\longrightarrow\mathbb{R}-\{-3\}\\ x\mapsto \dfrac{1-3x}{x}\end{array}$
   (a) Montre que h est bijective et détermine h^{-1}. **0,75pt**
   (b) Comment peux-tu déduire la courbe $C_{h^{-1}}$ de h^{-1} à partir de celle de C_h ? **0,25pt**
   (c) Détermine l'ensemble de définition de $g\circ f$ et calcule $g\circ f(x)$. **0,75pt**

B) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On donne les points $A(4,-3)$, $B(2,-5)$ $C(0,1)$ et $\Omega(2,-1)$. Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=0$.

1. Montre qu'une équation cartésienne de $\mathscr{C}$ est $x^2+y^2-4x+2y-3=0$. **0,5pt**
2. Donne la nature et les élements géométriques de $\mathscr{C}$. **0,5pt**
3. Calcule $d(\Omega,(AB))$ et déduis-en la position relative entre $\mathscr{C}$ et la droite (AB). **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4,5 points)

A) 1. Un sac contient 3 boules jaunes, 4 boules noires et n boules vertes, $n \geq 2$.
On tire au hasard et simultanément 3 boules du sac. Détermine n pour que le nombre de tirages contenant une boule jaune et deux boules vertes soit égal à 30. **0,75pt**

2. Combien de triplets (x, y, z) d'entiers naturels tels que $x + y + z = 50$ existent-ils ? **0,75pt**

B) ABC est un triangle. Soit I et J deux points du plan tels que : $\overrightarrow{BI} = \alpha\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AJ} = \alpha\overrightarrow{AC}$ avec $\alpha \in]0;1[$.

1. Écris I comme barycentre de B et C. **0,25pt**

2. Écris J comme barycentre des points A et C. **0,25pt**

3. Soit G le barycentre du système de points pondérés : $\left\{(C;1);\left(B;\frac{1}{\alpha}-1\right);\left(A;\frac{1}{\alpha}-1\right)\right\}$
Vérifie que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2-\alpha}\overrightarrow{AI}$ et montre que les points J, G et B sont alignés. **1pt**

4. Soit K le milieu du segment $[AB]$.
Montre que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes en un point à préciser. **0,75pt**

5. Détermine l'ensemble (Ψ) des points M du plan tels que :
$$2\left\|(1-\alpha)\overrightarrow{MA} + (1-\alpha)MB + \alpha\overrightarrow{MC}\right\| = (2-\alpha)\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$$ **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

Une PME (Petite et Moyenne Entreprise) fabrique chaque jour x serpillières microfibres et y seaux. La courbe de production journalière de cette entreprise est donnée par : $x^2 + 10x + 25y \leq 4000$.

Pendant les fêtes de fin d'année, le promoteur de la PME veut organiser une foire dans un stade de football pouvant contenir 20.000 personnes. Il a constaté que le nombre de visiteurs n est fonction du prix p du ticket d'entrée, suivant la relation : $n = -8p + 20.000$. Les charges fixes (location du stade, salaire des employés et divers) s'élèvent à $8.000.000$ FCFA.

M. NANGA, promoteur de cette PME dispose d'une somme de $1.200.000$ FCFA. La première année, il ouvre un compte d'épargne dans une banque ALPHA au taux d'intérêt de $x\%$. La banque ALPHA ayant connu des problèmes, il retire son argent et les intérêts générés pour les replacer dans une banque BETA à un meilleur taux d'intérêt de $(x+3)\%$. Au terme de cette deuxième année, il obtient les intérêts de 173.240 FCFA.

<u>Tâches</u> :

1. Quel est le nombre maximal de serpillières microfibres que cette entreprise produit en une journée où elle fabrique 80 seaux ? **1,5pt**

2. Quel est le prix du ticket pour avoir le maximum de visiteurs à la foire ? **1,5pt**

3. Quel est le taux d'intérêt de la banque ALPHA ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt