



Proposé par : NGANSO FABIEN <<la peinture>>

*La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie*

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 1,5pts**

**Exercice 1 :**

**5pts**

Soit  $E$  le plan vectoriel rapporté à la base  $B = (\vec{i}; \vec{j})$ . On considère l'endomorphisme  $f$  de  $E$  dans  $E$  telle que pour tout vecteur  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  de  $E$  ;  $f(\vec{u}) = 3(x - 2y)(\vec{i} + \vec{j})$ .

- 1) a- Déterminer la matrice de  $f$  dans la base  $B = (\vec{i}; \vec{j})$ . **0,5pt**  
 b- Trouver la matrice de  $f$  dans la base  $B = (\vec{i}; \vec{j})$ . **1pt**  
 2) Déterminer le noyau de  $f$  et préciser une base. **0,75pt**  
 3) Déterminer  $f(E)$  et préciser une base de  $\text{Im}(f)$ . **0,75pt**  
 4) Soient  $\vec{e}_1 = -2\vec{i} + \vec{j}$  et  $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$   
 a) Justifier que  $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$  est une base de  $E$ . **0,5pt**  
 b) Trouver la matrice de  $f$  dans la base  $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ . **1,5pt**

**Exercice 2 :**

**5pts**

Soient  $f, g, h$  et  $t$  quatre fonctions numériques définies par :  $f : \mathbb{R} - \left\{ \frac{-3}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  ;  $g(x) = \frac{x+3}{x-2}$  ;  $h(x) = \frac{5}{x}$  ;

$t(x) = \frac{-6}{x^2 - 2x + 4}$ . On désigne par  $(C_f)$ ;  $(C_g)$ ;  $(C_h)$  et  $(C_t)$  les courbes respectives des fonctions  $f, g, h$  et  $t$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- 1) Montrer que  $f$  est bijective et déterminer sa bijection reciproque  $f^{-1}$ . **1pt**  
 2) Etudier la parité de la fonction  $h$ . **0,5pt**  
 3) a) Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout réel  $x$  distinct de 2;  $g(x) = a + \frac{b}{x-2}$ . **0,5pt**  
 b) Vérifier que  $g(x) = h(x - 2) + 1$  **0,5pt**  
 c) En déduire que  $(C_g)$  est l'image de  $(C_h)$  par une translation du plan que l'on précisera. **0,5pt**  
 d) Construire  $(C_h)$  ; puis en déduire la construction de  $(C_g)$  dans un même repère. **1pt**  
 4) a) Montrer que le point  $A(2; 1)$  est un centre de symétrie pour la courbe  $(C_g)$ . **0,5pt**  
 b) Montrer que la droite d'équation  $x = 1$  est axe de symétrie à la courbe  $(C_t)$ . **0,5pt**

### Exercice 3 :

5pts

Soit  $\theta$  un nombre réel. On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  les points :  $A\left(\begin{smallmatrix} 1+2\sin\theta-\cos\theta \\ \sin\theta-2\cos\theta \end{smallmatrix}\right)$  ;  $B\left(\begin{smallmatrix} 1-\cos\theta \\ 1+\sin\theta \end{smallmatrix}\right)$  et  $C\left(\begin{smallmatrix} 2-\frac{3}{4}\cos\theta \\ \frac{3}{4}\sin\theta+2\cos\theta \end{smallmatrix}\right)$ . On définit les points pondérés  $(A; 2)$ ,  $(B; -5)$  et  $(C; 4)$

1. Justifie que la famille  $\{(A; 2), (B; -5) \text{ et } (C; 4)\}$  admet un barycentre G. 0,25pt
- a) Détermine les coordonnées de G dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  0,75pt
- b) Détermine une équation paramétrique, puis une équation cartésienne de l'ensemble des barycentres G lorsque  $\theta$  varie dans  $IR$  1pt
- c) Quelle est la nature de cet ensemble. ? 0,5pt
2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que  $\text{Mes } \widehat{AMB} = 60^\circ$  pour  $\theta = 0$  1pt
3. Soit  $ABC$  est un triangle rectangle isocèle coté de  $a$ .  $G_m$  est le point du plan tel que :  $AB = AC = a$ 
  - a) Déterminer les réels  $m$  pour lesquels  $G_m = \{(A; 2), (B; -1), (C; m)\}$ . 0,5pt
  - b) Construire  $G_0$  et  $G_2$  puis montrer que  $G_0G_2 = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ . 1pt

### **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**

5pts

#### **Situation**

La municipalité dispose d'un vaste domaine foncier sur lequel il voudrait construire une piscine municipale, un complexe sportif et une piste d'athlétisme pour l'épanouissement des habitants de sa commune.

Pour la sécurité des habitants, la piscine aura une profondeur de  $1,5m$  et sa surface sera délimitée par l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 11$  ;  $A$  et  $B$  sont deux points du domaine où sera construite la piscine et  $AB = 10m$ .

Le complexe sportif aura la forme d'un trapèze dont les sommets sont les points du cercle trigonométrique ; images des solutions de l'équation  $4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$  sur  $[0; 2\pi[$ .

La piste d'athlétisme est délimitée par l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $26 \leq MC^2 + MD^2 \leq 50$  avec  $CD = 6$ . Le maire aimerait recouvrir entièrement les surfaces du complexe sportif et de la piste d'athlétisme avec une matière qui coutent  $4000FCFA$  pour  $2m^2$ .

**Tâche 1 :** Déterminer le montant à prévoir pour recouvrir le complexe sportif. 1,5pt

**Tâche 2:** Déterminer le montant à prévoir pour recouvrir la piste d'athlétisme. 1,5pt

**Tâche 3:** Déterminer la quantité maximale d'eau en litres pour la piscine municipale. 1,5pt

**Présentation 0,5pt**

« Le génie est fait d'un dixième d'inspiration et de neuf dixième de transpiration»