COLLEGE PRIVE MONGO BETI		B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé			
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2025-2026	N°03	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1: 5 points

On considère le polynôme à variation complexe P définie par:
$P(z) = Z^3 - (5+i)z^2 + (10+6i)z - 8 - 16i$
1- Calculer P($2i$) et conclure 0,5pt
2- a) Déterminer deux nombres réels a, b et tels que $P(z) = (z-2i)(z^2+az+b)$ 0,5pt
b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ 1pt
3- A , B, C trois points du plan complexe d'affixes respectives : $Z_A = 3 + i$, $Z_B = 2i$ et $Z_C = 2 - 2i$
a) Placer les points A, B et C dans le plan complexe 0,75pt
b) Calculer le quotient $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC 0,5pt
c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. 0,25pt
4-a) Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S de centre B qui transforme C en A 0,5pt
b) En déduire le rapport et l'angle de S 0,5pt
c) Déterminer l'image par S du cercle (C) de centre B et de rayon $\sqrt{2}$ 0,5pt

Exercice 2 : 6 points

Soit f la fonction définie sur l'ensemble$[0;1[\cup]1;+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$
1-a) Dresser le tableau de variation de f (on précisera la branche infinie en $+\infty$) 1pt.
b) Déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]1;2]$ 0,5pt
2- Montrer que la restriction h de $f$sur l'intervalle $I =]1;+\infty[$ est une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera. 0,5pt
3- Construire la courbe (Cf) de f et la courbe (Ch^{-1}) de h^{-1} dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé direct. 1pt
4- Montrer que pour tout $x \in]1;+\infty[$, l'équation $f(x) = 0$ équivaut à $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$. 0,5pt
Soit $g:]0;+\infty[\to \mathbb{R}$ tel que $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$
a) Calculer la dérivée g' de g puis en déduire le sens de variation de g. 0,5pt
b) En déduire que l'image de l'intervalle $K = [1;2]$ par g est contenue dans K. 0,25pt
c) Montrer que pour tout $x \in [1;2]$, $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. 0,25pt
5- On définit la suite (U_n) par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = g(U_n)$
a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}, U_n \in K$ 0,5pt
b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ 0,5pt
c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, |U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^n$ 0,5pt
d) En déduire que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite 0,5pt

Exercice 3: 4 points

1-a) Déterminer sur l'intervalle $I =]0;+\infty[$ les primitives de la fonction f définie par
$f(x) = 3x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} + 4$ 0,75pt
b) En déduire la primitive G de f vérifiant $G(1) = 0$ 0,25pt
2-a) Déterminer sur l'intervalle $J =]-\infty, 1[$ les primitives de la fonction g définie par
$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{2}{(x-1)^2} + 3$ 0,751pt
b) En déduire la primitive H de g qui prend la valeur -1 en 0 0,25pt

3- Déterminer sur $\mathbb{R}$ la primitive de la fonction t définie par $t(x) = \cos 2x + \sin 2x$ qui prend la valeur 0 en $\frac{\pi}{2}$ 1pt

4- Linéariser $\sin^2 x \cos^2 x$ 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 POINTS.

Pour la nouvelle saison cacaoyère, Mr EBANGA grand opérateur économique voudrait étendre sa cacaoyère avec 2500 plants de cacao dans son terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur sont respectivement la partie réelle de z et la partie imaginaire de z', z et z'étant solution du système d'équations $\begin{cases} 2z - 15iz' = 350 + 120i \\ iz - 5z' = -160 + 50i \end{cases}$. Pour une bonne production ses employés plantent 2 plants de cacao au m^2. Sa sœur Mme BILOA a une plantation dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $|iz - 1 + i| = 12$ où $z = x + iy$. Elle souhaite la clôturer avec du fil dont le mètre coûte 250fcfa et elle a prévu faire deux rangées de fil. Sachant qu'elle dispose d'une somme de 38000fcfa. Leur beau-frère Mr MOUSSA quant à lui possède un terrain situé au quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan distinct du point $A(0; 1)$ tels que $\frac{2z-4}{z-i}$ soit imaginaire pur, où $z = x + iy$. Il souhaite l'hypothéquer avec une moto dont la valeur est estimée à 480000fcfa. Sachant que son terrain a une valeur de 150000fcfa le mètre carré.

L'unité de mesure est le mètre, on prendra $\pi = 3{,}14$.

Tâches :

1) Mr EBANGA pourra-t-il étendre sa cacaoyère ? 1,5pt
2) L'argent de Mme BILOA sera-t-il suffisant pour protéger sa plantation ? 1,5pt
3) Mr MOUSSA réussira-t-il à être propriétaire de cette moto ? 1,5pt

Présentation 0,5pt