



Proposé Par : Mbei Emmanuel 1<sup>er</sup> « le Peintre »

**EXERCICE 1 : DENOMBREMENT**

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{N}$  des équations suivantes : (E<sub>1</sub>) :  $A_n^2 = 60 + 3n$  ; (E<sub>2</sub>) :  $A_n^5 = 85A_n^4$  ; (E<sub>3</sub>) :  $C_n^3 = 56$   
 $(E_4) : A_n^2 - 3C_n^{n-2} + 4n + 45 = 0$
- 2) Christian et Boris font partir d'un club de 12 personnes. On doit former un groupe
  - a) constitué de 5 d'entre elles pour représenter le club à un spectacle.
  - b) Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
  - c) Dans combien de ces groupes peut figurer Christian ?
- 3) Christian et Boris font partir d'un club de 12 personnes. On doit former un bureau de 3 (président, Secrétaire et trésorier) pour organiser le fonctionnement du club
  1. Combien de bureaux peut-on constituer ?
  2. Dans combien de ces bureaux peut figurer Christian ?
  3. Christian et Boris ne pouvant se supporter, combien de bureaux de personnes peut-on constituer de telle façon que Christian et Boris ne se retrouvent pas ensemble.

**EXERCICE 2 : BARYCENTRE ET APPLICATION**

ABC est un triangle. Soient les points D ; E et F trois points du plan tel que :

$$\overrightarrow{AD} = 2 \overrightarrow{AB} ; E = \text{Bar}\{(A; 2); (C, -1)\} ; 5\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC}.$$

1-Faire la figure et y placer les points D ; E et F.

2-On désigne par G le barycentre des points pondérés (A, 2); (B, -4) et (C, -1)

a) Déterminer et construire le point G . 0,75pt

b) Démontrer que les points C ; D et G sont alignés.

3) Montrer que les droites (AF) ; (BE) et (CD) sont concourantes.

4) Déterminer et construire chacun des ensembles : a) (E) :  $MB^2 + MC^2 = 25$ .

b) ( $\Gamma$ ) :  $\|2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$ .

**EXERCICE 3 : Lignes de NIVEAU**

Soient A et B deux points du plan tel que  $AB = 5\text{cm}$ . On désigne par I le milieu de [AB].

a) Déterminer et construire l'ensemble ( C) des points M du plan tels que  $MA^2 + MB^2 = 25$ .

b) Déterminer et construire l'ensemble ( D) des points M du plan tels que  $MA^2 - MB^2 = 0$ .

c) Déterminer et construire l'ensemble ( E) des points M du plan tels que  $MA^2 - MB^2 = -20$ .

d) Déterminer et construire l'ensemble ( E) des points M du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

e) Déterminer et construire l'ensemble ( E) des points M du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -\frac{9}{4}$

**EXERCICE 4 :**

Trois élèves Carelle, Becake et Ange sont appelées à effectuer un jeu qui consiste à tirer deux boules dans une urne qui contient 4 boules vertes, 4 boules rouges et 2 boules jaunes toutes indiscernables au toucher.

➤ Carelle effectue un tirage simultané deux boules dans l'urne. Elle gagne si elle tire au moins une boule verte ;

➤ Becake effectue un tirage successif sans remise de deux boules dans l'urne. Elle gagne si elle tire exactement deux boules de même couleur ;

➤ Ange effectue un tirage successif avec remise de deux boules dans l'urne. Elle gagne si elle tire deux boules de couleur différentes.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles pour que Carelle gagne.

2. Déterminer le nombre de tirages possibles pour que Becake gagne.

3. Déterminer le nombre de tirages possibles pour que Ange gagne.

### **EXERCICE 5 :**

Dans une classe de première d'un Lycée, sont étudiées les langues suivantes : anglais, allemand et espagnol. Chaque élève étudie au moins une de ces langues : 5 étudient les trois langues, 6 l'anglais et l'allemand, 8 l'anglais et l'espagnol, 9 l'allemand et l'espagnol, 20 étudient uniquement l'anglais. 15 au total étudient l'allemand, 18 au total étudient l'espagnol.

1. Détermine l'effectif de cette classe. 1pt
2. Parmi les élèves qui étudient uniquement l'anglais, 6 sont des filles. On choisit au hasard et simultanément 3 de ces 20 élèves pour représenter la classe à un match des incollables.
  - (a) Détermine le nombre de choix possibles. 0,5pt
  - (b) Détermine le nombre de choix ne contenant que les élèves de même sexe. 0,5pt
3. A la fin d'une assemblée générale de ce Lycée, tous les professeurs se sont salués et il y a eu au total 190 poignées de mains. Combien y a-t-il de professeurs dans ce Lycée ? 1pt

### **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

#### **SITUATION :**

*L'unité de longueur est le mètre.*

**M. MBARGA** a une salle de spectacle qu'il souhaite décorer le plafond avec du bois d'ébène qui coûte 5.000 FCFA le mètre carré. Il a divisé ce plafond en trois zones **Z<sub>1</sub>**, **Z<sub>2</sub>** et **Z<sub>3</sub>**.

La **zone Z<sub>1</sub>** est représentée dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  par l'ensemble des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$  où  $E(1; -3)$  et  $F(1; 3)$ .

La **zone Z<sub>2</sub>** est délimitée par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur  $]-\pi; \pi]$  de l'équation  $\cos 4x - 5 \cos 2x = -3$ .

La **zone Z<sub>3</sub>** est représentée par l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $\frac{MA}{MB} = 2$  où  $A$  et  $B$  sont deux points du plafond distants de 3m.

Le menuisier décorateur **ATEBA** voudrait lui communiquer le coût du bois par zone, hors mis sa main d'œuvre. On prendra  $\pi = 3,14$  et  $\sqrt{3} \approx 1,73$ .

#### **Tâches :**

1. Détermine le coût du bois de la **zone Z<sub>1</sub>**. 1,5pt
2. Détermine le coût du bois de la **zone Z<sub>2</sub>**. 1,5pt
3. Détermine le coût du bois de la **zone Z<sub>3</sub>**. 1,5pt

#### **SITUATION 2 :**

Une multinationale a acheté deux parcelles de terrain pour y construire des aires de jeu à caractère commercial.

-La première parcelle à la forme circulaire donc l'ensemble des points  $M$  du plan vérifie  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = -9$ , avec  $AB = 60m$

-La deuxième parcelle a une forme rectangulaire dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans  $]-\pi; \pi]$  de l'équation  $2\cos^2 2x - 3\cos 2x - 2 = 0$ :

Cette multinationale aimerait vendre les stylos dans son centre commercial ; le PDG avait acheté un stock de stylos par lots de 5 et avait pu obtenir un bon rabais en achetant le même nombre de stylos plumes. Il avait acheté 5 euros le lot de 5 stylos et 20 euros le lot de 5 stylos plumes. Il les revendit à l'unité en faisant un bénéfice de 20% sur chaque stylo vendu et de 25% sur chaque stylo plume. Le soir en faisant le bilan de son stock et sa comptabilité, il se rendit compte qu'il était exactement rentré dans ses frais alors qu'il lui restait 504 pièces en stock dont peu de stylos, en tout cas moins de cinquante. Dans le cercle trigonométrique on suppose qu'une unité correspond à 25 mètres. Prendre  $\pi = 3,14$

**Tache 1.** Cette multinationale pourra-t-elle recouvrir entièrement la deuxième parcelle de gazon si elle dispose d'une somme de 52 000 000 FCFA ? 1,5pts

**Tache 2.** Déterminer la somme à payer pour recouvrir la première parcelle de gazon. 1,5pts

**Tache 3.** Combien de stylos le PDG avait-il acheté à son fournisseur ? 2pts

### **SITUATION 3**

**Monsieur KAMTA** est un ingénieur informaticien propriétaire d'une entreprise de développement de jeux vidéo. Il doit intégrer dans ses programmes de jeux des applications linéaires bijectives définies par :

$$\begin{cases} f_\alpha(\vec{i}) = (\cos\alpha)\vec{i} + \vec{j} \\ f_\alpha(\vec{j}) = (\sin\alpha)\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases} \text{ où } \alpha \text{ est un paramètre réel et } (\vec{i}; \vec{j}) \text{ la base canonique de } \mathbb{R}^2.$$

Par ailleurs, pour la détente de ses employés à des heures de pause, Monsieur KAMTA souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon 5m de sa terrasse une piscine. Le technicien acquis pour la tâche lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation (E):

$$-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x + 4 - \sqrt{6} = 0.$$

Il souhaite aussi aménager un espace vert autour de la piscine. L'ensemble des points M couverts par le gazon vérifie la relation  $8 \leq \|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \leq 12$  où A ; B et C sont des points tels que  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 6\text{m}$ .

1. Quelles sont les différentes valeurs du paramètre réel  $\alpha$  que monsieur KAMTA devra éviter d'utiliser lors de la conception de ses programmes de jeux? [1,5pt]
2. Quelle est la surface de cette piscine? [1,5pt]
3. quelle est la surface de l'espace vert autour de la piscine? [1,5pt]