REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC/DRES CENTRE / DDES MFOUNDI
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
Ref : IBBY/25-26/TD/DH3/AL

Second Cycle
EXAMEN : Période N°3
SESSION DE DECEMBRE 2025
CLASSE : Terminale D Durée : 04h Coef : 4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5points

Exercice 1 : **(05points)**

A. Soit p le polynôme de $\mathbb{C}$ défini par $p(z) = z^3 - (6+5i)z^2 + (3+20i)z + 10 - 15i$.

1. Déterminer les racines carrées du nombre complexe $W = 2i$. **0,5pt**

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (3+3i)z + 5i = 0$. **0,5pt**

3. a) Montrer que $p(z) = [z^2 - (3+3i)z + 5i][z - (3+2i)]$. **0,25pt**

b) Déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de: (E): $z^3 - (6+5i)z^2 + (3+20i)z + 10 - 15i$ **0,5pt**

B. Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$, unité de longueur des axes 2cm.

1. Placer les points A, B et C d'affixes respectives $2+i, 1+2i$ et $3+2i$. **0,75pt**

2. Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ et en déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,5pt**

C. Soit $\omega = \frac{9\sqrt{3}}{2}(1 - i\sqrt{3})$ un nombre complexe.

1. Calculer le module et un argument de ω. **0,5pt**

2. Déterminer tous les nombres complexes z tels que $z^5 = \omega$ **0,75pt**

D- Exprimez $\cos(4x)$ en fonction de $cosx$ **0,75pt**

Exercice 2 : **(04points)**

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4} \end{cases}$

1- a- Montrer que pour tout $n \geq 1$, $0 < u_n < 1$. **0,75pt**

b- Montrer que la suite (u_n) est croissante **0,75pt**

c- En déduire que (u_n) converge et préciser sa limite **0,75pt**

2- On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

a- Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser ses éléments caractéristiques. **0,75pt**

b- En déduire la limite de la suite (v_n). **0,25pt**

c- Exprimer u_n en fonction de v_n. **0,5pt**

d- En déduire la limite de la suite (u_n). **0,25pt**

Exercice 3 : **(06,5points)**

A- Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1pt**

2. Démontrer que (E): $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]1, 2[$. **0,75pt**

B- Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

1. Montrer que l'équation (E) est équivalent à l'équation (E'): $g(x) = x$. **0,25pt**

2. i. Montrer que si $x \in [1, 2]$, alors $g(x) \in [1, 2]$. **0,5pt**

ii. Justifier que g est dérivable sur$]0, +\infty[$; calculer la dérivée g' de g **0,5pt**

iii. Montrer que pour tout $x \in [1, 2]$, $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. **0,5pt**

iv. En déduire que pour tout $x \in [1, 2]$, $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. **0,5pt**

C- On considère la suite (u_n) définit par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est élément de $[1, 2]$. **0,5pt**

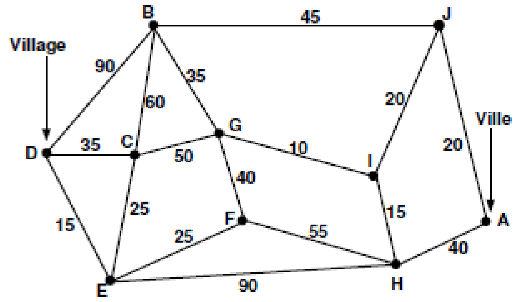
2. i. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$ **0,5pt**

ii. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **0,5pt**

3. En déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite. **0,5pt**

4. Quel le plus petit entier naturel p tel que u_p soit une valeur approchée de α à 10^{-3} près. **0,5pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,5points



Situation : ALKAS BTP a gagné un marché pour l'installation de la fibre optique sur tous les points de grande consommation matérialisé par la carte ci-dessous. Les valeurs sur la carte représentent les différentes distances en km.

LUC chauffeur du PDG, s'est rendu au village pour le weekend et souhaite se rendre en A pour récupérer son patron à 8h00 afin de le conduire au travail. Parti du village à 06h15, il roule à 90km/h pour éviter d'arriver en retard.

Dans le cadre du bilan de fin d'année 2025, le PDG de ALKAS BTP présentant les chiffres de son entreprise (en millions de FCFA) et demande aux experts de la fiscalité en quelle année il pourra organiser une grande fête pour son demi de milliards.

Année	2005	2010	2015	2020	2025
Rang de l'année x_i	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaire y_i	320	330	340	400	430

Taches :

1- En quelle année le PDG pourra-t-il organiser la grande fête ? **1,5pt**

2- LUC pourra-t-il prendre son patron à temps ? **1,5pt**

3- Combien de kilomètres de fil de fibre optique sont nécessaires pour connecter la région ? **1,5pt**