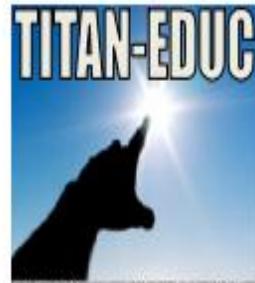


TITAN-EDUC

Leader national en
Conseils, Orientation et Soutien Scolaire

Titan_educ@yahoo.fr



Année 2024-2025

Toujours plus fort.
Toujours plus grand.
Toujours vainqueur.

Le succès c'est la méthode

FICHE DE MATHS N°5

CLASSE TD Par Mr. OUAFEU PAULIN

Primitives:

Exercice 1:

Déterminer une primitive de f sur l'intervalle I .

1. $f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 1}{x^2} ; I =]0; +\infty[$ 2. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-2x}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} \quad I =]-\infty; 0[$

3. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+1}} \quad I = \left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$

4. $f(x) = \sin 2x + \cos 3x + 4 \sin x - 1 \quad I = \mathbb{R}$

5. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad I =]1; +\infty[$

6. $f(x) = x(x^2 + 1)^2 - \frac{2}{(4x-1)^2} \quad I = \left] \frac{1}{4}; +\infty \right[$

Exercice 2: Trouver la primitive F de f qui vérifie la condition donnée sur un intervalle I à préciser.

1. $f(x) = \frac{2}{x^2} + x \quad \text{et } F(1) = 0$

2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{x}{2} \quad \text{et } F(2) = 1$

3. $f(x) = (1-x)(x^2 - 2x - 2)^{-3} \quad \text{et } F(-1) = -2$

Exercice 3:

Déterminer une primitive F de la fonction f sur un intervalle I à préciser.

1. $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 2 \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{(x-2)^3} - \frac{1}{(x+2)^3} \quad f(x) = \left(x^2 + \frac{1}{3}\right)(x^3 + x)^4$

$f(x) = \tan^2(2x) \quad ; \quad f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \quad ; \quad f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 1 \quad ; \quad f(x) = \frac{4x^2}{(x^3 + 8)^3} \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

$f(x) = (\sin^2 x - 3 \sin x + 8) \cos x \quad ; \quad f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 2x}{x}$

Exercice 4:

Soit f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x^2 + x + 1)^2}$

1. Montrer que f admet une primitive F sur \mathbb{R} de la forme $F(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 1}$

2. Trouver toutes les primitives de f sur \mathbb{R} .

Exercice 5:

Soit une fonction définie dans \mathbb{R} par $f(x) = \cos x - \frac{4}{3} \cos^3 x$

1. Déterminer f' et f'' . Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} ; $f''(x) = -f'(x)$

2. En déduire toutes les primitives de f sur \mathbb{R}

3. Trouver la primitives sur \mathbb{R} qui s'annule en $\frac{\pi}{6}$.

Exercice 6 :

A. f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{(x+1)^2}$

1) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$

2) En déduire les primitives de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

3) Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ vérifiant $F(0) = 2$

4) En déduire l'expression de $I_\alpha = \int_1^\alpha f(x) dx$ en fonction de α où α est un réel strictement supérieur à 1.

5) Que représente I_α . Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} I_\alpha$

Exercice 7 : 1) Soit $f(x) = \cos^2 x \sin^4 x$

a. Linéariser $f(x)$

b. En déduire une primitive de f sur \mathbb{R}

2) Soit f la fonction définie sur $I = \mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^3 x$

a- En utilisant la propriété fondamentale, montrer que $f(x) = \sin x - \sin x \cos^2 x$

b- En déduire une primitive de f sur \mathbb{R}

1) Soit g la fonction définie par $g(x) = \cos^2 x$ sur \mathbb{R}

a) Montrer que $g(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

b) En déduire une primitive de f prenant la valeur 0 en $\frac{\pi}{2}$

Exercice 8 : 1) On donne $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 8x + 8}{(x-2)^2}$

a) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2} \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$

b) En déduire une primitive de f sur $[2; +\infty[$

2) On donne $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

a) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2} \forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

b) En déduire une primitive de f sur $]-\infty; -1[$

3) Soit f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$

1) Déterminer les réels a et b tels que pour $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$

2) En déduire une primitive F de f sur $]-1; +\infty[$

Exercice 9 : Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I à préciser dans les cas suivants :

$$1. f(x) = x^4 - 4x + 3 ; 2. f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) ; 3. f(x) = 9x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} ; 4. f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$5. f(x) = 3\cos 2x - 2\sin 3x ; 6. f(x) = (\sin^2 x - 3\sin x + 8)\cos x ; 7. f(x) = 9x^2(4 - x^3)^8$$