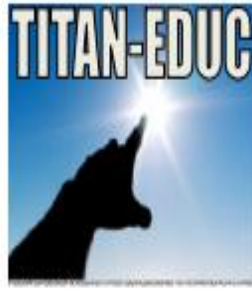


**TITAN-EDUC****Année 2024-2025**

**Leader national en  
Conseils, Orientation et Soutien Scolaire**

**Titan\_educ@yahoo.fr**

*Toujours plus fort.  
Toujours plus grand.  
Toujours vainqueur.*

**Le succès c'est la méthode**

### FICHE DE MATHS N°5

CLASSE TD Par Mr. OUAFEU PAULIN

#### Primitives:

#### **Exercice 1:**

Déterminer une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $I$ .

1.  $f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 1}{x^2}$  ;  $I = ]0; +\infty[$
2.  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-2x}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$  ;  $I = ]-\infty; 0[$
3.  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$  ;  $I = ]-\frac{1}{2}; +\infty[$
4.  $f(x) = \sin 2x + \cos 3x + 4 \sin x - 1$  ;  $I = \mathbb{R}$
5.  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$  ;  $I = ]1; +\infty[$
6.  $f(x) = x(x^2+1)^2 - \frac{2}{(4x-1)^2}$  ;  $I = ]\frac{1}{4}; +\infty[$

**Exercice 2:** Trouver la primitive  $F$  de  $f$  qui vérifie la condition donnée sur un intervalle  $I$  à préciser.

1.  $f(x) = \frac{2}{x^2} + x$  et  $F(1) = 0$
2.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{x}{2}$  et  $F(2) = 1$
3.  $f(x) = (1-x)(x^2-2x-2)^{-3}$  et  $F(-1) = -2$

#### **Exercice 3:**

Déterminer une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  à préciser.

1.  $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 2$  ;  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^3} - \frac{1}{(x+2)^3}$  ;  $f(x) = \left(x^2 + \frac{1}{3}\right)(x^3 + x)^4$
- $f(x) = \tan^2(2x)$  ;  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$  ;  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 1$  ;  $f(x) = \frac{4x^2}{(x^3+8)^3}$  ;  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$
- $f(x) = (\sin^2 x - 3 \sin x + 8) \cos x$  ;  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 2x}{x}$

#### **Exercice 4:**

Soit  $f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x^2 + x + 1)^2}$

1. Montrer que  $f$  admet une primitive  $F$  sur  $\mathbb{R}$  de la forme  $F(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+1}$
2. Trouver toutes les primitives de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

#### **Exercice 5:**

Soit une fonction définie dans  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \cos x - \frac{4}{3} \cos^3 x$

1. Déterminer  $f'$  et  $f''$ . Vérifier que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ;  $f''(x) = -f'(x)$
2. En déduire toutes les primitives de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

3. Trouver la primitives sur  $\mathbb{R}$  qui s'annule en  $\frac{\pi}{6}$ .

### Exercice 6 :

**A.**  $f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{(x+1)^2}$

- 1) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \neq -1$ ,  $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$
- 2) En déduire les primitives de  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- 3) Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  vérifiant  $F(0) = 2$
- 4) En déduire l'expression de  $I_\alpha = \int_1^\alpha f(x) dx$  en fonction de  $\alpha$  où  $\alpha$  est un réel strictement supérieur à 1.
- 5) Que représente  $I_\alpha$ . Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} I_\alpha$

### Exercice 7 :

**1) Soit  $f(x) = \cos^2 x \sin^4 x$**

a. Linéariser  $f(x)$

b. En déduire une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $I = \mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin^3 x$**

a- En utilisant la propriété fondamentale, montrer que  $f(x) = \sin x - \sin x \cos^2 x$

b- En déduire une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**1) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \cos^2 x$  sur  $\mathbb{R}$**

a) Montrer que  $g(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

b) En déduire une primitive de  $f$  prenant la valeur 0 en  $\frac{\pi}{2}$

### Exercice 8 :

**1) On donne  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 8x + 8}{(x-2)^2}$**

a) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2} \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$

b) En déduire une primitive de  $f$  sur  $]2; +\infty[$

**2) On donne  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$**

a) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que  $f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2} \forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

b) En déduire une primitive de  $f$  sur  $] -\infty; -1[$

**3) Soit  $f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$**

**1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que pour  $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$**

**2) En déduire une primitive  $F$  de  $f$  sur  $] -1; +\infty[$**

### Exercice 9 :

Déterminer une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur intervalle  $I$  à préciser dans les cas suivants :

1.  $f(x) = x^4 - 4x + 3$  ; 2.  $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  ; 3.  $f(x) = 9x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  ; 4.  $f(x) = \frac{x}{(x^2-1)^2}$

5.  $f(x) = 3\cos 2x - 2\sin 3x$  ; 6.  $f(x) = (\sin^2 x - 3\sin x + 8)\cos x$  ; 7.  $f(x) = 9x^2(4 - x^3)^8$