MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCEE TECHNIQUE DE MEIGANGA
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
Second Cycle IND

Année scolaire : 2025 – 2026
Evaluation N° 2
Classes : 1ères IND
Durée : 2H Coef : 3

NB : La clarté et la lisibilité de la copie seront prises en compte dans l'évaluation du candidat.
Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 40 points. Toutes les questions sont obligatoires.

Exercice 1 : **10,5 points**

Soit P le polynôme défini par $P(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$; a, b et c étant des nombres réels. Sachant que $P(-1) = -8$; $P(-2) = 0$ et $P(2) = 4$:

1. a) Montre que a, b et c vérifient le système : $\begin{cases} a - b + c = -9 \\ 4a - 2b + c = -8 \\ 4a + 2b + c = 12 \end{cases}$ **2 pts**

   a) Détermine a, b et c **1,5 pt**

2. On suppose que $P(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x - 6$
   a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-x^2 + 4x - 3 = 0$ **1 pt**
   b) Détermine trois réels α, β et γ tels que : $P(x) = (x+2)(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$ **1,5 pt**
   c) Déduis dans $\mathbb{R}$, la résolution de l'équation : $P(x) = 0$ **1,5 pt**
   d) Écris $P(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs **1 pt**
   e) Déduis dans $\mathbb{R}$, la résolution de l'inéquation : $P(x) \geq 0$ **2 pts**

Exercice 2 : **13,5 points**

1. Convertis :
   a) $-135°$ en radians
   b) $\frac{5\pi}{6}$ rad en degré **1 pt**
2. Détermine la mesure principale de $-\frac{1023\pi}{6}$ **1 pt**
3. On considère le système d'équation (S): $\begin{cases} \cos(x)\cos(y) = \frac{\sqrt{3}+1}{4} \\ \sin(x)\sin(y) = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \end{cases}$
   a) Montre que le système (S) est équivalent au système (S') suivant : $\begin{cases} \cos(x+y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ **1 pt**
   b) Résous (S) **2 pts**
4. On considère l'expression suivante : $E(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$. Montre que $E(x)$ peut aussi s'écrire comme :
   a) $E(x) = -\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ **1 pt**
   b) $E(x) = a\cos(2a + b)$ où a et b sont des réels à déterminer **1 pt**
   c) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $E(x) = -1$ **1 pt**
5. a) Vérifie que : $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$ **0,5 pt**
   b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ **1 pt**
   c) Déduis dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'inéquation $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ **1 pt**
   d) Déduis dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'équation : $2\cos^2(x) + (1 - \sqrt{2})\cos(x) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ **1 pt**

e) Représente sur le cercle trigonométrique les images des solutions de l'équation précédente **2 pts**

Exercice 3 : **6 points**

Dans le plan complexe, on considère les nombres complexes $Z_1 = 1 + i$ et $Z_2 = \sqrt{3} + i$.

1. Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes Z_1 et Z_2 **2 pts**
2. Déduis le module et un argument de $Z_1 Z_2$ **1 pt**
3. a) Ecris le produit $Z_1 Z_2$ sous la forme algébrique **1 pt**

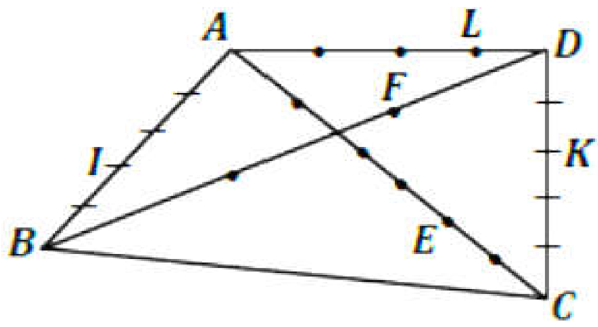
   b) Ecris le produit $Z_1 Z_2$ sous la forme trigonométrique **1 pt**
4. Soit M le point image du nombre complexe $\sqrt{3} - 1 + i(1 + \sqrt{3})$, dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O; \hat{u}; \hat{v})$.

   a) Donne la valeur de la distance OM **0,5 pt**

   b) Donne une mesure en radians de l'angle orienté $(\hat{u}; \overrightarrow{OM})$ **0,5 pt**

Exercice 4 : **10 points**

1. Sur la figure ci-dessous $ABCD$ est un quadrilatère. E, F, I, K et L sont des points représentés. Ecris :



   a) E comme barycentre des points A et C **0,5 pt**

   b) F comme barycentre des points B et D **0,5 pt**

   c) I comme barycentre des points A et B **0,5 pt**

   d) K comme barycentre des points C et D **0,5 pt**

   e) L comme barycentre des points A et D **0,5 pt**
2. Soit J le point tel que $7\overrightarrow{BJ} + 4\overrightarrow{BC}$. Démontre que les droites (EF), (IK) et (JL) sont concourantes . **1,5 pt**
3. Soient les points P, Q et R tels que $P = bar\,\{(B, -1); (C, 3)\}$, $Q = bar\,\{(C, 2); (A, 1)\}$ et $R = bar\,\{(A, 3); (B, 2)\}$. Montre que les points P, Q et R sont alignés. **1,5 pt**
4. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. On considère le point $I(0; 1)$ et (C) l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tel que $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.

   a) Montre que (C) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon **1 pt**

   b) Montre que I appartient au cercle (C) **0,5 pt**

   c) Montre que la tangente (D) à (C) au point I est la droite d'équation $x - y + 1 = 0$. **1 pt**

   d) Construis le cercle (C) et la tangente (D) dans le repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ **2 pts**

« Cherchez premièrement le royaume et la justice de Dieu ; et toutes ces choses vous seront données par-dessus ».

Mat 6 : 33