LYCEE CLASSIQUE DE NKOLBISSON

Evaluation	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
3	Mathématiques	06	03h	1ère C	2025/2026

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)

EXERCICE 1 : (5 points)

1. Détermine l'ensemble de départ E le plus grand possible pour que la correspondance $f: x \longmapsto \sqrt{2x-6} - x$ définie de E vers $F = [-3\,;\,-2]$ soit une application. 1pt
2. Soit t et s deux fonctions numériques de la variable réelle x définie par : $t(x) = sin2x$ et $s(x) = \sqrt{2x-1}$.
   Détermine $D_{s\circ t}$ puis donne l'expression de $s \circ t$. 1pt
3. On considère la fonction numérique g définie de D_g vers $\mathbb{R}\backslash\{a\}$ par : $g(x) = \frac{-2x+5}{2x+6}$
   a- Détermine D_g. 0,25pt
   b- Montre que le point $\Omega(-3;-1)$ est centre de symétrie pour la courbe de g. 0,75pt
   c- Montre que g est une application injective. 0,5pt
   d- Détermine a pour que g soit une application surjective . 0,75pt
   e- En déduis que g est une application bijective et donne l'expression de sa bijection réciproque g^{-1} en précisant clairement ses ensembles de départ et d'arrivée. 0,75pt

EXERCICE 2 : (3.5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit le cercle (C) défini par l'équation : $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0$ et la droite $(D_{a,b})$ définie par l'équation : $3x - 4y + a^2 + b^2 - 19 = 0$ où a et b sont des nombres réels.

On désigne par Ω le centre du cercle (C). On considère également le système suivant :
(S) : $\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ 2ax - by = 0 \end{cases}$. L'équation (E) est donnée par : $x^2 - 2ax + b = 0$.

1. Détermine l'équation réduite du cercle (C), puis exprime en fonction de a et b la distance du point Ω à la droite $(D_{a,b})$. 1 pt

2. On dispose de deux urnes U_1 et U_2 contenant chacune 4 boules :
L'urne U_1 contient les boules numérotées : $0;\ 1;\ 2;\ \sqrt{3}$.
L'urne U_2 contient les boules numérotées : $-3;;\ -1;\ 0;\ 2$.
Une opération consiste à tirer, dans cet ordre, une boule dans l'urne U_1 (on désigne par a le numéro tiré), puis une boule dans l'urne U_2 (on désigne par b le numéro tiré). Détermine le nombre de couples (a, b) pour que : 0.5 pt$\times 5$

a. La droite $(D_{a,b})$ et le cercle (C) soient tangents.
b. Le système (S) admette une infinité de solutions.
c. L'équation (E) admette exactement 2 solutions distinctes.
d. Pour trois points A, B, et C du plan, on ait : $\overrightarrow{aGA} + 2\overrightarrow{GB} + b\overrightarrow{GC} = \vec{0}$, où G est le barycentre du système $\{(A,a),(B,2),(C,b)\}$.
e. La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx$ soit une fonction impaire.

EXERCICE 3 : (4 points)

A/Soit f une application de $\mathbb{R}^2$ $vers$ $\mathbb{R}^2$ qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ $associe$ un vecteur $\vec{u}' = x'\vec{\imath} + y'\vec{\jmath}$ tel que : $\begin{cases} y' = 2x - \frac{4}{3}y \\ x' = -3x + 2y \end{cases}$.

1. Montre que f est un endomorphisme de $\mathbb{R}^2$. 0,75pt
2. Vérifie si f est un automorphisme de $\mathbb{R}^2$. 0,25pt
3. Détermine le noyau $\boldsymbol{Ker}\ (f)$ et l'image $\boldsymbol{Im}\ (f)$ de f.

(On précisera une base de chacun). 1pt

4. Détermine l'ensemble des antécédents du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{3\imath} - 2\vec{\jmath}$. 0,5pt

5. Soit θ un nombre réel on désigne par E_θ l'ensemble $E_\theta = \{\vec{w} \in \mathbb{R}^2 \,; f(\vec{w}) = -\theta\vec{w}\}$.
Montre que E_θ est un sous espace vectoriel réel de $\mathbb{R}^2$. 0,5pt

6. Soit g l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ défini par : $g(-\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ et $g(2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}) = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$.
Donne la matrice de l'application $(g \circ f - 2f + id_{\mathbb{R}^2})$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. 1pt

EXERCICE 4 : (2.5 points)

Dans le plan orienté, on considère deux points distincts E et F distants de $6cm$

1. Détermine et construis l'ensemble Γ des points M du plan tels que $\frac{ME}{MF} = 9$. 0,75pt
2. Détermine et construis l'ensemble Γ des points M du plan tels que : $(\overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}) = -\frac{\pi}{4}$. 0,75pt
3. Les bords du puits que Fabrice souhaite construire sont matérialisés par le lieu des points M du plan tels que par l'équation : $MR^2 + MS^2 = 54$, avec une distance RS de 10 m. Détermine le volume de terre qu'il peut excaver sur 16 mètres de profondeur. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Léo et Mia préparent plusieurs projets pour améliorer leur foyer et célébrer les fêtes de fin d'année. Léo souhaite installer un cubitenaire pour son puits amanagé et doit d'abord vider complètement l'eau stagnante qui s'y trouve. Pour cela, il envisage de louer une ou deux pompes chez le quincaillier du quartier. Le quincaillier lui a précisé que les deux pompes fonctionnant ensemble vident le puits en 56 minutes, et que la pompe rapide, utilisée seule, met 15 minutes de moins que la pompe lente utilisée seule. Les tarifs de location sont de 12 000 F par heure pour la pompe rapide et 9 000 F par heure pour la pompe lente. Léo dispose d'un budget maximal de 17 800 F pour cette opération. Le quincaillier lui propose également une troisième option : louer uniquement la pompe rapide pendant 40 minutes pour amorcer la vidange, puis la remplacer par la pompe lente jusqu'à la fin.

De son côté, Mia a conçu un projet ambitieux pour recevoir dignement leurs invités : faire construire une petite baraque en planche pour élever les oies et dindons destinés au festin traditionnel. Elle souhaite que la fondation de cette baraque ait une forme polygonale dont les sommets A, B, C et D seront les images sur le cercle trigonométrique des solutions de l'équation

$(\boldsymbol{E}) : \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1} + \boldsymbol{tan^2x}} - (\sqrt{\mathbf{2}} + \mathbf{1})\boldsymbol{cos\,x} + \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \mathbf{0}$ dans l'intervalle $[0;\, 2\pi]$.

Cette configuration géométrique définira précisément le périmètre de base de son enclos. L'unité de longueur sur le cercle trigonométrique est le décamètre. Au dépôt de matériaux de construction, elle compte acheter des planches standards de 10 cm de hauteur qu'elle fera assembler sur 2 mètres de haut pour empêcher les volailles de s'échapper. Le gérant lui a indiqué que chaque planche coûte 250 fois sa longueur exprimée en mètres. Elle a économisé 150 000 F pour ce projet qui doit aboutir avant les festivités. Enfin, pour sceller leur union célébrée il y a

quelques années, le couple souhaite personnaliser leurs alliances de **rayon 1 cm** en y gravant l'inscription **«M & L - 13.04.19»,** date inoubliable de leur mariage. Chez le bijoutier de la Place Elig-Essono, l'artisan leur a proposé une tarification basée sur l'espace occupé par la gravure sur la circonférence de chaque alliance : 10 000 F par bague si la gravure occupe moins d'un quart de la circonférence, 14 000 F si elle occupe moins de la moitié, 17 000 F si elle occupe moins de trois quarts, et 19 000 F si elle occupe plus de trois quarts. Sachant que chaque **caractère, espace compris**, mesure 1,3 mm, leur budget pour la gravure des deux alliances est de 30 000 F maximum.

Tâche 1 : Quelle option permet à Léo de respecter son budget tout en optimisant le temps et le coût de l'opération ? 1,5 pt

Tâche 2 : Le budget de Mia est-il suffisant pour acheter les planches nécessaires à la construction de sa baraque de 2 mètres de haut ? 1,5 pt

Tâche 3 : Léo et Mia disposent-ils du budget nécessaire pour faire graver leurs deux alliances selon leurs souhaits ? 1,5 pt

Bonus : Sachant que le mot MATHS se code : $\frac{\pi}{13}$ / $\frac{\pi}{1}$ / $\frac{\pi}{20}$ / $\frac{\pi}{8}$ / $\frac{\pi}{19}$,
quel est le mot codé par : 60° / 36° / 10° / 60° / 15° / 36° ?

Présentation : 0,5 pt

Mon vieil ami Sénèque a dit ***« Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles. »***

Bonne et Heureuse année 2026. !!!!!!!!!!!!!