

MINESEC		REPUBLIQUE DU CAMEROUN	
Collège Polyvalent Bilingue TCHEUFFA FILS		Année scolaire : 2025-2026	
Evaluation N°2		Matière : MATHEMATIQUES	
CLASSE : T^{le} D	Novembre 2025	DUREE : 04h	COEF : 4

Partie A : EVALUATIONS DES RESSOURCES.

(15,5 points)

Exercice 1. 03 points

1. Calculer $(2 + 4i)^2$. **0,25pt**
2. On considère l'équation (E) : $z^3 + (3 - 8i)z^2 - (13 + 12i)z + 9 + 20i = 0$.
 - a) Montrer que (E) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera. **0,75pt**
 - b) Déterminer les nombres complexes a et b tel que : $z^3 + (3 - 8i)z^2 - (13 + 12i)z + 9 + 20i = (z - 1)(z^2 + az + b)$. **0,75pt**
 - c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) . **0,5pt**
3. Pour tout nombre complexe $z = x + iy$, on pose $Z = \frac{z-2i}{z+1}$ avec $z \neq -1$. Déterminer l'ensemble des points $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ du plan tel que $|Z| = 1$. **0,5pt**

Exercice 2. 04 points

Une entreprise de plus de 1000 employés a mis en place une politique pour réduire le nombre d'accidents de travail. L'objectif de l'entreprise est d'avoir moins de 50 accidents par an. Le tableau suivant donne par année, le nombre moyen d'accidents ayant nécessité un arrêt de travail : x_i désigne le rang de l'année correspondante et y_i le nombre annuel moyen d'accidents de travail.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre annuel moyen d'accidents (y_i)	108,5	103,8	95,1	90,9	88,9	83,2	79,4	73,2

1. a) Représenter le nuage de points associé à la série double $(x_i ; y_i)$. (Prendre 1cm pour une année en abscisse et 1cm pour 4 accidents en ordonnées). **1pt**
- b) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenu. **0,5pt**
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série double et interpréter le résultat obtenu. **1pt**
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. **0,5pt**
4. On suppose que l'évolution constatée dans l'entreprise de 2005 à 2012 se poursuit.
 - a) L'objectif de l'entreprise sera-t-il atteint en 2018 ? **0,5pt**
 - b) A partir de quelle année l'objectif de l'entreprise sera-t-il atteint ? **0,5pt**

Exercice 3. 03 points

1. Soit la suite (S_n) définie par $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.
 - a) Montrer en utilisant un raisonnement par récurrence que pour tout entier naturel non nul n , on a $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **0,75pt**
 - b) En déduire la valeur de la somme $S = 51^2 + 52^2 + 53^2 + \dots + 300^2$. **0,5pt**
2. Soit la fonction h définie sur $[0; +\infty[$ par $h(x) = x + \sqrt{x}$.
 - a) Montrer que pour tout $x \in [1; 4]$, on a $\frac{5}{4} \leq h'(x) \leq \frac{3}{2}$. **0,75pt**
 - b) A l'aide du théorème de l'inégalité des accroissement finis, montrer que pour tout $x \in [1; 4]$, on a : $\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \leq h(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. **0,5pt**
 - c) Etudier les branches infinies à la courbe de la fonction h au voisinage de $+\infty$. **0,5pt**

Exercice 4. 05,75 points

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 3$.

a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **0,75pt**

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $2 < \alpha < 3$. **0,5pt**

c) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} et déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . **0,5pt**

2. Etude de la fonction f .

a) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f et déduire les équations cartésiennes de deux asymptotes de (C). **1pt**

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{2x \times g(x)}{(x^2-1)^2}$. Où f' désigne la dérivée de f . **0,5pt**

c) Dresser le tableau de variation de f . **0,5pt**

d) Montrer que $f(\alpha) = 3\alpha$. **0,5pt**

e) Montrer que la droite (D): $y = 2x$ est asymptote à (C) et étudier les positions relatives de (C) et (D). **0,75pt**

3. Tracer (C) ainsi que ses asymptotes dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . **0,75pt**

Partie B : EVALUATIONS DES COMPETENCES.**(04,5 points)**

Noah est directeur d'une entreprise de production et vente d'huile de palme et grand opérateur économique dans la région du Littoral. Il dispose d'une vaste surface sur laquelle il produit des arachides chaque année. Une étude statistique faite par l'un de ses agents, a permis de savoir qu'il y'a une relation entre la quantité d'engrais utilisé et production. De cette étude, ressort le tableau ci-dessous qui donne la production y_i (en milliers de tonnes) en fonction de la quantité d'engrais utilisé x_i (en milliers de kilogrammes).



Quantité d'engrais x_i	6	8	9	10	12	15
Production y_i	10	14	15	18	20	25

Noah aimerait, l'année prochaine lancer un autre projet qui lui demande la somme de 3 250 000 000 FCFA uniquement avec la recette obtenue de sa production. Pour cela il décide d'utiliser 24 000 kg d'engrais l'année prochaine. Sur le marché, la tonne d'arachide est vendu à 80 000 FCFA.

Dans son entreprise de production et vente d'huile, la marge bénéficiaire mensuelle en fonction du nombre de centaines de litres d'huile de palme produits $x \in [5; 17]$ est donné par $B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x + 150$. Noah aimerait au mois de janvier prochain produire et vendre la quantité d'huile nécessaire pour obtenir un bénéfice maximal dans l'optique d'acheter avec ce bénéfice un nouveau camion qui cout 18 000 000 FCFA et qui assurera le transport d'huile dans les contrés lointaines du pays.

Devant sa concession, Noah dispose d'un espace de terre pas encore exploité qu'il aimerait sécuriser entièrement à l'aide du grillage car il compte à l'avenir transformer cet espace en un parc de loisir pour enfants. Les relevés topographiques montrent que dans le plan d'unité graphique 10 mètres, cet espace est représenté par l'ensemble des points $M(x; y)$ tel que le nombre complexe $\frac{z}{z+2i}$ soit un imaginaire pur (avec $z = x + iy$ et $z \neq 2i$).

Le grillage est vendu à raison de 5000 FCFA le mètre.

Il prévoit 320 000 FCFA pour l'achat de ce grillage.



Tâches.

1. Noah pourra-t-il acheter cet espace dans la région de l'ouest l'année prochaine en utilisant 20 000 kg d'engrais ? **1,5pt**
2. Quelle quantité d'huile doit produire et vendre l'entreprise de Noah en janvier et pourra-t-il acheter ce camion avec son bénéfice maximal ? **1,5pt**
3. La somme prévue par Noah pour l'achat du grillage sera-t-elle suffisante ? **1,5pt**

Question bonus : Etudier les branches infinies à la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$ au voisinage de $-\infty$ **1pt**

BONNE FÊTE DE FIN D'ANNÉE.