

COLLEGE BILINGUE PASCAL TOHOUA					
EPREUVE	Devoir Surveillé	COEF	CLASSE	DUREE	A/S
MATHS	N° 1	04	Tle D	$3\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)H$	2025/2026

Proposé Par : Mbei Emmanuel 1<sup>er</sup> « le Peintre »

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 13pts

#### EXERCICE 1 : 3pts

Soit P, le polynôme d'une variable complexe défini par :

$$P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$$

- 1) Montrer que si  $z_0$  est une racine de P, alors  $\frac{1}{z_0}$  et  $\overline{z_0}$  sont aussi des racines de P. 1pt
- 2) Vérifier que le nombre complexe  $1+i$  est une racine de P. 0,5pt
- 3) Déterminer toutes les racines de P sous forme algébrique. 1,25pt
- 4) Ecrire P(z) sous forme d'un produit de deux polynômes du 2<sup>nd</sup> degré à coefficients réels. 0,75pt

#### EXERCICE 2 : 5pts

Ci-dessous, est le tableau de variation de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 2$$

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	$-1$	$-\infty$

- 1) Déterminer l'image par  $f$  de l'intervalle  $[-1; +\infty[$ . 0,5pt
- 2) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$ . 0,75pt
- 3) Déterminer le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $\alpha$ . 0,5pt
- 4) Déterminer un encadrement de  $\alpha$  par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2. 1pt
- 5)  $g$  est la restriction de  $f$  à  $[0; 1]$ 
  - a) Justifier que  $g$  est une bijection de  $[0; 1]$  dans un intervalle que l'on précisera. 0,5pt
  - b) Dresser le tableau de variation de  $g^{-1}$ . 0,5pt
  - c) Construire les courbes représentatives de  $g$  et  $g^{-1}$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . (Unité sur chaque axe : 2cm). 1,25pt

### EXERCICE 3 : 5pts

1. On donne  $z = \frac{(-3+4i)(2-2i)^2}{8+6i}$ . Calculer le module  $|z|$  de  $z$
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$  et  $M(x;y)$  un point quelconque de ce plan. On pose  $z = x + iy$ 
  - a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble  $(C)$  des points  $M(x;y)$  du plan complexe tels que :  $|2z + \overline{6 - 2i}| = 11$
  - b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble  $(D)$  des points  $M(x;y)$  du plan complexe tels que  $|z + 5 - 2i| = |\bar{z} - 4 - 6i|$ .
3. Calculer la limite de  $f$  en  $x_0$  dans chacun des cas suivants :  $0,75\text{pt} \times 3 = 2,25\text{pts}$ 
  - a)  $f(x) = \frac{x + \cos x}{x^2 + 3}$   $x_0 = +\infty$
  - b)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 2} + x$   $x_0 = -\infty$
  - c)  $f(x) = \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$   $x_0 = 0$ .

### EVALUATIONS DES COMPETENCES : 7pts

L'unité étant le décamètre ; la concession de M. MBEI est délimitée par des bornes identifiées par des points M d'affixe  $z$  tel que  $(z - 2)(z^2 + 2z + 4) = 0$ . Il décide de mettre du gazon sur toute sa cour sachant que  $10\text{m}^2$  de gazon coûtent 15000F. Son voisin monsieur NGUE a une cour qu'il souhaite aménager : Sur la partie  $(H_1)$  de cette cour représentant l'ensemble des points M d'affixe  $z$  tel que  $|z - 4 + i| = 2$  avec  $z = x + iy$ , il décide de verser du gravier tout en sachant qu'un camion de gravier peut recouvrir  $314\text{ m}^2$  et qu'un camion de gravier coûte 250 000F. Et Sur la partie  $(H_2)$  de cette cour formée par l'ensemble des points M d'affixe  $z$  tel que  $[z^2 - (5 + 5i)z + 6 + 15i] [z^2 - (5 - 5i)z + 6 - 15i] = 0$ , il décide l'entourer avec du fil barbelé tout en faisant trois tours de ladite cour de la partie  $(H_2)$  tout en sachant que sur le marché six mètres linéaire de fil barbelé coûtent 5000F.

Tache1 : Combien va dépenser MBEI pour sécuriser sa concession ? 2,25pts

Tache2 : Combien va dépenser NGUE pour aménager la partie  $(H_1)$  ? 2,25pts

Tache3 : Combien va dépenser NGUE pour aménager la partie  $(H_2)$  ? 2,25pts

PRESENTATION : 0,25pt

« Faites bien l'école et l'école vous fera du bien » le peintre