PROBATOIRE BLANC No 1		22 DECEMBRE 2025		
Discipline	Coef	Classe	Durée	Examinateur
MATHEMATIQUES	6	$1^{ère}$ C	3h	DEPARTEMENT

COLLÈGE D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE BILINGUE

La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 : 5pts

A) L'unité graphique est le centimètre. ABCD est un carré de sens direct, de coté 4 et de centre O. on considère l'ensemble (Γ) des points M tels : $\|-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$.

1.a) Déterminer et construire le barycentre les points pondérés (A, -1), (B,1) et (C,2). **0,5pt**

b) Montrer que C ∈ (Γ) puis déterminer et construire (Γ). **0,75pt**

2) les points I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques les applications suivantes :$S_{(CD)}oS_{(AB)}$; $S_{(AC)}oS_{(AB)}$. **0,5pt+0,75pt**

b) Dans chacun des cas suivant déterminer la droite (D) vérifiant cette égalité : $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)}oS_{(D)}$; $r\left(B,\frac{\pi}{2}\right) = S_{(D)}oS_{(BD)}$. **0,5pt + 0,5pt**

B) soit la fonction f définie sur]0 ;+∞[f(x) =$\frac{1+2\sin x}{1+\sqrt{x}}$

1) Montrer que si x > 0, alors $-\frac{1}{1+\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{3}{1+\sqrt{x}}$. **0,5pt**

2) En déduire que f admet une limite en +∞ dont on précisera la valeur. **0,75pt**

Exercice 2 : 5pts

Soient f, g, h et t quatre fonctions numériques définies par :f : $\begin{array}{l}\mathbb{R}-\left\{\frac{-3}{2}\right\}\to\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}\\ x\mapsto f(x)=\frac{x+1}{2x+3}\end{array}$; $g(x) = \frac{x+3}{x-2}$; $h(x) = \frac{5}{x}$;

$t(x) = \frac{-6}{x^2-2x+4}$. On désigne par (C_f); (C_g); (C_h) et (C_t) les courbes respectives des fonctions f, g, h et t dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1) Montrer que f est bijective et déterminer sa bijection reciproque f^{-1}. **0,75pt**

2) Etudier la parité de la fonction h. **0,5pt**

3) a) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout réel x distinct de 2; $g(x) = a + \frac{b}{x-2}$. **0,5pt**

b) Vérifier que $g(x) = h(x-2) + 1$ **0,25pt**

c) En déduire que (C_g) est l'image de (C_h) par une translation du plan que l'on précisera. **0,25pt**

d) Construire (C_h) ; puis en déduire la construction de (C_g) dans un même repère. **1pt**

4) a) Montrer que le point $A(2; 1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_g). **0,5pt**

b) Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est axe de symétrie à la courbe (C_t). **0,5pt+0,75pt**

<u>Exercice 3</u> : **5pts**

A-Soit A un nombre défini par : $A = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin 3x}$.

1) Déterminer la condition d'existence D de A. **0,5pt**

2) a) Montrer que pour tout $x \in D$, $A = \frac{2\cos 2x}{\sin 3x}$. **0,5pt**

b) Montrer que $\frac{1}{\sin\frac{\pi}{8}} - \frac{1}{\cos\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{2}}{\cos\frac{\pi}{8}}$; puis en déduire que $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. **0,5pt+0,5pt**

3) On considère dans $]0; 2\pi]$ l'équation (E): $\cos x + (\sqrt{2} - 1)\sin x = 1$.

a) En remarquant que $\frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$; montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E'): $\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{8}$. **0,5pt**

b) Résoudre dans $]0; 2\pi]$ l'équation (E). **0,5pt**

c) Résoudre dans $]0; 2\pi]$ l'inéquation $\cos x + (\sqrt{2} - 1)\sin x \leq 1$. **0,5pt**

4) Montrer que $\frac{1}{\sin\left(\frac{3\pi}{7}\right)} + \frac{1}{\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)} - \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)} = 0$. **0,5pt**

B-Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère le cercle (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ et la famille des droites (D_m): $2x + y - m = 0$ *o*ù m est un paramètre réel.

Déterminer suivant les valeurs de m, la position relative de (C) et (D_m). **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES **5pts**

Situation

La municipalité dispose d'un vaste domaine foncier sur lequel il voudrait construire une piscine municipale, un complexe sportif et une piste d'athlétisme pour l'épanouissement des habitants de sa commune.
Pour la sécurité des habitants , la piscine aura une profondeur de $1{,}5m$ et sa surface sera délimitée par l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 11$; $A\ etB$ sont deux points du domaine où sera construite la piscine et $AB = 10m$.

Le complexe sportif aura la forme d'un trapèze dont les sommets sont les points du cercle trigonométrique ; images des solutions de l'équation $4sin^2x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})sinx - \sqrt{6} = 0\ sur[0; 2\pi[$.

La piste d'athlétisme est délimitée par l'ensemble des points M du plan tels que $26 \leq MC^2 + MD^2 \leq 50$ avec $CD = 6$. Le maire aimerait recouvrir entièrement les surfaces du complexe sportif et de la piste d'athlétisme avec une matière qui coute $4000FCFA$ pour $2m^2$.

Tâche 1 : Déterminer le montant à prévoir pour recouvrir le complexe sportif. **1,5pt**

Tâche 2: Déterminer le montant à prévoir pour recouvrir la piste d'athlétisme. **1,5pt**

Tâche 3: Déterminer la quantité maximale d'eau en litres pour la piscine municipale. **1,5pt**

Présentation 0,5pt