

## TRAVAUX DIRIGES N°2

EPREUVE	CLASSE	COEF.	DURÉE	DATE	HORAIRE
MATHÉMATIQUES	Tle D	4	3H	Décembre 2025	?

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

#### EXERCICE 1 :

I- Soit la série double suivante :

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$y_i$	10	25	41	$\alpha$	69	80	86

- Calculer  $\bar{X}$ , puis  $\bar{Y}$  en fonction de  $\alpha$ .
- Déterminer la valeur de  $\alpha$  sachant que la droite de régression de  $x$  en  $y$  a pour équation  $x = 0,075y - 0,9$ .
- a) Représenter le nuage points associé à cette série double.  
 b) Que vous suggère le nuage de points ainsi obtenu ? Justifier votre réponse.
- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série puis l'interpréter.  
 b) En déduire une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .
- Faire une estimation de  $y$  pour  $x = 10$ .

II- M. KODA ouvrier dans une exploitation agricole, réside dans la même ville où se situe cette exploitation. Le réseau routier de cette ville à six (06) quartiers dont le réseau routier simplifié est présenté dans le tableau ci-après.

Quartier	A			B				C			D	E
Quartiers reliés	B	C	D	C	D	E	F	D	E	F	E	F
Distances (en km)	10	8	3	2	5	6	7	7	6	9	10	4

- Dessiner un graphe permettant de modéliser ce réseau routier.
- Dégager pour ce graphe, un arbre couvrant de poids minimal en utilisant un algorithme glouton.
- Déterminer l'itinéraire le plus court permettant à monsieur KODA de partir de chez lui (quartier A) pour se rendre à l'exploitation (quartier F).

#### EXERCICE 2 :

- Développer et réduire  $(\sqrt{2} - 1)^2$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + \sqrt{2})z + \sqrt{2} = 0$ .
- Résoudre dans l'ensemble des complexes les équations  $z + \frac{1}{z} = 1$  puis  $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ .
- On considère le polynôme complexe  $P$  à variable complexe  $z$ , défini par :  

$$P(z) = z^4 - (1 + \sqrt{2})z^3 + (2 + \sqrt{2})z^2 - (1 + \sqrt{2})z + 1 = 0.$$
  - Démontrer que 0 n'est pas une racine de  $P$ .
  - Démontrer que si un nombre complexe  $z_0$  est une racine de  $P$ , alors son conjugué l'est aussi.
  - Vérifier que pour tout  $z \in \mathbb{C}^*$ , on a :  $\frac{P(z)}{z^2} = \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - (1 + \sqrt{2})\left(z + \frac{1}{z}\right) + \sqrt{2}$ .

d) En déduire les solutions de l'équation  $P(z) = 0$ .

5. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes, l'équation :  $\bar{z} + |z| = 6 + 2i$ .

### **EXERCICE 3 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $] -\sqrt{6} ; \sqrt{6} [$  par  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{6-x^2}}$ .

1. Etudier les variations de  $f$ , puis dresser son tableau de variation.

2. En déduire que si  $0 \leq x \leq \sqrt{3}$ , alors  $0 \leq f(x) \leq \sqrt{3}$ .

3. Résoudre dans l'intervalle  $[0 ; \sqrt{3}]$  l'équation  $f(x) = x$ .

4. On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = 0$  et pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_{n+1} = \frac{3}{\sqrt{6-u_n^2}}.$$

a) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $0 \leq u_n \leq \sqrt{3}$ .

b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.

c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et calculer sa limite.

### **PARTIE B : EXALUATION DES COMPETENCES**

#### **Situation :**

M. NGAHANG, jeune cultivateur possède un terrain rectangulaire destiné à l'agriculture dont l'aire en mètre carré ( $m^2$ ) est le module du nombre complexe  $z$  vérifiant l'égalité :  $z\bar{z} + (5 - 10i)\bar{z} = 1\,000(38 - i)$  tel que  $\text{Im}(z) > 0$ . La partie supérieure (une longueur) de ce terrain ayant pour frontière naturelle une rivière, il veut le sécuriser avec du grillage coutant 1 500 FCFA le mètre et de telle sorte que la longueur du grillage soit minimale.

M. NGAHANG produit en moyenne sur ce terrain 4 000  $kg$  de cacao par an. Il ne compte que sur la vente de 2026 pour tâler sa maison dont le devis s'élève à 4 500 000 FCFA.

Le tableau ci-dessus présente l'évolution du prix du  $kg$  de cacao au Cameroun de 2015 à 2020.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6
Prix du $kg$ de cacao ( $y_i$ ) en FCFA	400	460	520	560	640	720

M. NGAHANG possède également un autre terrain situé en plein quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points  $M(x ; y)$  distincts de  $-1 + 2i$  tel que le nombre complexe  $z' = \frac{z-7+4i}{z+1-2i}$  soit un imaginaire pur (où  $z = x + iy$  avec  $x, y \in \mathbb{R}$ ). Il souhaite l'hypothéquer avec une voiture dont la valeur est estimée à 1 275 000 FCFA sachant que son terrain a une valeur de 15 000 FCFA le mètre carré.

#### **Tâches :**

1-M. NGAHANG pourra-t-il tâler sa maison en 2026 comme prévu ?

2- Quel montant doit prévoir M. NGAHANG pour sécuriser sa zone d'élevage ?

3-M. NGAHANG réussira-t-il à être propriétaire de cette voiture ?