



**La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.**

**PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)**

**Exercice 1 : (6,5 points)**

On considère l'équation( $E_1$ ):  $2 \cos(4x) - 1 = 0$ .

1. a) Résoudre dans IR l'équation( $E_1$ ). **1pt**
- b) Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**
2. a) Vérifier que pour tout réel  $x$ ,  $\cos(4x) = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$ . **1pt**
- b) En déduire que l'équation ( $E_1$ ) est équivalente à ( $E_2$ ):  $16 \cos^4 x - 16 \cos^2 x + 1 = 0$ . **0,5pt**
3. Résoudre dans  $]-\pi; 0]$  l'équation ( $E_2$ ) et placer les solutions sur le cercle trigonométrique précédent. **1pt**
4. a) Montrer que l'équation ( $E_2$ ) est équivalente à  $\begin{cases} X = \cos x \\ 16X^4 - 16X^2 + 1 = 0 \end{cases}$ . **0,5pt**
- b) Résoudre dans IR l'équation  $16X^4 - 16X^2 + 1 = 0$ . **1pt**
- c) En déduire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  et  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ . **1pt**

**Exercice 2 : (5 points)**

**I/** L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle tel que  $AB = 5$ ,  $AC = 4$  et  $BC = 6$ .

On définit les points I, J et K tels que  $\vec{AJ} = \frac{3}{5}\vec{AB}$ ;  $\vec{BI} = \frac{1}{4}\vec{BC}$  et  $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ .

- 1) Faire une figure que l'on complètera.
- 2) Écris I comme barycentre des points B et C ; puis J comme barycentre de A et B ; et enfin K comme barycentre de A et C. **0,5pt**
- 3) Montre que les droites (AI), (BK) et (CJ) sont concourantes en un point G. **0,5pt**

**II/** On considère ABC un triangle quelconque non rectangle. I, J et K les pieds des hauteurs issues respectivement de A, B et C. On pose  $a=BC$ ,  $b=AC$  et  $c=AB$

- 1) Montrer que  $\tan\hat{B} + \tan\hat{C} = \frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{B}\cos\hat{C}}$  et que  $\tan\hat{A} + \tan\hat{B} + \tan\hat{C} = \tan\hat{A} \cdot \tan\hat{B} \cdot \tan\hat{C}$  **1pt**
- 2) Calculer de deux façons différentes  $\vec{BC} \cdot \vec{BA}$  et  $\vec{CB} \cdot \vec{CA}$  puis en déduire Que  $\frac{\vec{BI}}{\vec{CI}} = -\frac{c\cos\hat{B}}{b\cos\hat{C}}$  **1pt**
- 3) Utiliser le théorème des sinus pour montrer que  $\frac{\vec{BI}}{\vec{CI}} = -\frac{\tan\hat{C}}{\tan\hat{B}}$  et en déduire que I est barycentre de (B ;  $\tan\hat{B}$ ) et (C ;  $\tan\hat{C}$ ) **0,75pt**
- a) Montrer de façon analogue que  $J = \text{bar}\{(A; \tan\hat{A}); (C; \tan\hat{C})\}$  et que  $K = \text{bar}\{(A; \tan\hat{A}); (B; \tan\hat{B})\}$  **0,75pt**
- b) En déduire que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes en un point H qu'on précisera. **0,5pt**

### **Exercice 3 4pts**

- A) Résoudre dans N :  $C_{4n-16}^{2n-10} = C_{4n-16}^{n+2}$  et  $A_n^2 - 3C_n^2 + 4n = -45$  0,75pt×2
- B) Dans une classe de 105 élèves, 60 étudient l'anglais, 80 le français, 75 l'allemand, 45 l'anglais et le français, 40 l'anglais et l'allemand, 60 le français et l'allemand et 30 élèves étudient les trois langues. Combien d'élèves ne font aucune des trois langues ? 0,5pt
- C) Dans un groupe de 12 élèves du Collège BILINGUE ROYAL dont 7 garçons et 5 filles Mr NGADJEU choisit au hasard 3 pour former un comité de suivi des études sachant que le comité compte un délégué, un coordonnateur et un rapporteur, on demande :
- 1) Le nombre total de comités possibles. 0,5pt
  - 2) Le nombre de comités ayant au moins une fille. 0,5pt
  - 3) Le nombre de comités constitués uniquement de garçons. 0,5pt
  - 4) Le nombre de comités ayant exactement une et une seule fille. 0,5pt

### **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5pts**

Mr. NGADJEU est un grand agriculteur fleuriste. Il possède une grande réserve qu'il a séparée en trois parties. Sur la parcelle 1 ayant la forme d'un rectangle (ABCD), il plante des fleurs. Cette parcelle est située à l'intérieur du cercle (C) qui est le cercle trigonométrique et les points A, B, C et D sont les points images des solutions dans l'intervalle  $-\pi; \pi$  de l'équation trigonométrique  $4\sin^2 x - 3 = 0$ . (On prendra  $10 m = 1$  unité)

Mr. NGADJEU plante 10 fleurs tous les  $3 m^2$  et une fleur coûte 1500 FCFA. Sur la parcelle 2 ayant la forme d'un cercle, il met des plantains et il remplir cette parcelle avec du gazon dont le mètre carré coûte 10 000 FCFA. Cette parcelle représente la couronne où l'ensemble des points vérifie la relation  $12 \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \leq 16$ .

Pour ses travaux dans le chantier de cette unité de production, l'entrepreneur Mr NGANSO confie à un métallurgiste la création d'un alliage de 100 Kg à partir de trois métaux : A, B et C. On sait par ailleurs que les métaux A, B et C contiennent respectivement 10 %, 30% et 50% de cuivre. Il exige que l'alliage final contienne 36% de cuivre et deux fois plus de métal B que de métal A.

### **Tâches :**

1. Combien dépensera Mr. NGADJEU pour l'achat des fleurs ? 1,5pt
2. Combien dépensera Mr. NGADJEU pour l'achat des gazons ? 1,5pt
- 3- Quelle quantité de chacun métal A, B et C le métallurgiste doit-il utiliser ? 1,5pt

« Le génie est fait d'un dixième d'inspiration et de neuf dixième de transpiration » : **LE FILS DU PEINTRE**