BAC BLANC N°1		LUNDI 22 DECEMBRE 2025		
Discipline	Coef	Classe	Durée	Examinateur
MATHEMATIQUES	7	TC	4h	M. NANTCHOUANG

La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 : Les parties I et II sont indépendantes

I-Soit $x \in \mathbb{R}$, on définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = \cos x \\ u_{n+1} = u_n \cos\left(\frac{x}{2^{n+1}}\right) \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}$.

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{\sin 2x}{2^{n+1}\sin\left(\frac{x}{2^n}\right)}$. **1pt**

II- Soit f la fonction numérique définie sur $[0; 1]$ par : $f(x) = \frac{x}{x+2}$.

1.Montrer que $f([0; 1]) \subset [0; 1]$. **0,5 pt**

2. Montrer que pour tout couple $(x; y)$ des réels de $[0; 1]$, $|f(x) - f(y)| \leq \frac{1}{2}|x - y|$. **0,5pt**

3. On définit la suite (u_n) par $u_0 \in [0; 1]$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

a. Montrer que la suite (u_n) est décroissante. **0,5 pt**

b. En déduire que (u_n) est convergente. **0,5 pt**

c. Justifier que pour tout entier naturel non nul $n, |u_{n+1} - u_n| \leq \frac{1}{2}|u_n - u_{n-1}|$. **0,5pt**

d. En déduire que pour tout entier naturel n, $|u_n - u_{n-1}| \leq \frac{1}{2^{n-1}}|u_1 - u_0|et|u_n - u_{n-1}| \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ **0,5 pt**

e. De la relation :

$u_{p+q} - u_p = (u_{p+q} - u_{p+q-1}) + (u_{p+q-1} - u_{p+q-2}) + (u_{p+q-2} - u_{p+q-3}) + \cdots + (u_{p+1} - u_p)$, **1pt**

Montrer que pour tout couple $(p\,; q)$ d'entiers naturels, $|u_{p+q} - u_p| \leq \frac{1}{2^p}\left(\frac{1}{2^{q-1}} + \frac{1}{2^{q-2}} + \cdots + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2} + 1\right)$.

Exercice 2 :

1. On donne $z = -\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} - i\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$ un nombre complexe.

Calculer z^2 , puis en déduire $|z|$ et $\arg(z)$ ainsi que les valeurs exactes de $cos\left(\frac{11\pi}{8}\right)$ et $sin\left(\frac{11\pi}{8}\right)$. **1,5 pt**

2. Linéariser $cos^4 x sin^3 x$. **1pt**

3. On pose $A = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cos(a + kb)$ et $B = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \sin(a + kb)$.

Déterminer la forme algébrique de $Z = A + iB$, puis en déduire les valeurs exactes de A et de B. **1,5 pt+1pt**

4. Déterminer et représenter les ensembles de points M du plan dont l'affixe z vérifie $\arg(\bar{z} - 3 + i) = \frac{\pi}{4}[\pi]$

Exercice 3 : ***Les parties I, II et III sont indépendantes.***

I-Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On donne les points :

$\Omega\left(0, 0, \frac{11}{3}\right), A(1\,, 0\,, 3), B(1\ ,\ 2\ ,\ 2), C\ \left(0, 2, \frac{8}{3}\right), S(0\,, 0\,, 4), E(6\,, 0\,, 0)$ et $F(0, 8\,, 0)$. On considère le plan (P) parallèle au plan (SEF) et passant par A.

1. a) Déterminer les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{SE} \wedge \overrightarrow{EF}$. **0,5 pt**

b) Vérifier qu'une équation cartésienne de (P) est : $4x + 3y + 6z - 22 = 0$. **0,25 pt**

2. a) Prouver que ΩABC est un parallélogramme du plan (P). **0,5 pt+0,5pt+0,25pt+0,5pt**

b) Calculer : l'aire du parallélogramme ΩABC ; la distance de S à (P) ; puis le volume de la pyramide $S\Omega ABC$.

II- Soit p un entier relatif différent de 1 et n un entier naturel non nul. On pose $S = 1 + p + p^2 + \cdots + p^{n-1}$.

1. Ecrire S sous la forme d'un quotient. **0,25 pt**

2. Calculer l'expression $p^n + (1-p)S$ et en déduire que p^n et $1-p$ sont premiers entre eux. **0,5 pt**

3. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $p^n - (1-p)y = p$. **0,5 pt**

4. En déduire dans les solutions de l'équation $10^n x + 2^{n+2} y - 10 \times 2^{n-1} = 0$. **0,5 pt**

III- Montrer que l'équation $2\sqrt{2x-1} = x\sqrt{x}$ admet une unique solution dans $[1; +\infty[$. **0,75 pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

SITUATION : (pour la tache 3, prendre $\sqrt{10} \approx 3,16$)

Dans sa politique de gestion des ordures dans la ville de DOUALA, le Maire décide pour lze stockage des déchets plastiques de construire un entrepôt ayant la forme d'un solide $PQRS$ où $S \notin (PQR)$; P, Q, R et S sont les coordonnées respectives$(1;2;-3)$; $(-5;-2;-4)$; $(3;-6;2)$ et $(-2;4;5)$ dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$ d'unité graphique 1 dam. Dans la commune de DOUALA V, la quantité de déchets plastiques produits par jour est estimée à 4,5 tonnes au début de la 1ère année et cette quantité augmente au début de chaque année de 100 kg de déchets et reste constante tout au long de l'année.

On suppose que $100kg$ de déchets plastiquesoccupent un volume de $1m^3$ et qu'un an a 365 $jours$.

Sur un terrain communal de forme rectangulaire, le Maire de la ville décide de lancer un projet de culture de tomates afin d'augmenter les fonds alloués pour l'achat des camions . Les dimensions de ce champ (en hm) sont les modules des deux nombres complexes z_1 et z_2, solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} iz_1 - z_2 = -1 + i \\ 0,5\overline{z_1} + (1+i)\overline{z_2} = 2 + 5i \end{cases}.$$

Le rendement du sol est de $500kg$ de tomates à l'hectare et un cageot de $2,5kg$ est vendu à 6500FCFA.

Suivant la législation du travail dans ce milieu, les travailleurs sont payés en fonction de leurs anciennetés. Le tableau statistique ci-contre indique le mode de paiement des travailleurs dans lequel x_i désigne l'ancienneté (en années) et y_i le salaire mensuel du travailleur (en milliers de FCFA). **Le Maire** veut recruter donc 80 travailleurs ayant une ancienneté de 3 ans, mais découvre qu'une tâche d'huile est tombée sur cette fiche et a rendu illisible la case à utiliser. **Le Maire** obtient néanmoins la certitude que la droite de régression de en par la méthode des moindres carrés a pour équation :$x = 0,075y - 0,9$. Il voudrait donc connaitre le montant alloué pour ses travailleurs pendant la période d'exploitation de ce champ .

x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	10	25	41	k	69	80	86

Tâche 1: Cet entrepôt peut-il recevoir tous les déchets plastiques produits pendants 5 ans ? **1,5pt**

Tâche 2 : Déterminer le montant total prévu pour le salaire des travailleurs. **1,5pt**

Tâche 3 : Le Maire pourrait-il acheter un camion de 8 200 000FCFA après la vente de ces tomates ? **1,5pt**

Présentation : 0.5pt