COLLÈGE ADONAÏ
ENSEIGNEMENT SECONDAIRE GENERAL ET TECHNIQUE BILINGUE
DISCIPLINE * TRAVAIL * SUCCES

COLLÈGE D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE BILINGUE
**BILINGUAL SECONDARY SCHOOL**
Situé à Logpom (Fin Goudron)

# DEVOIR DE CLASSE N°2

| Discipline | CLASSE | coef | Durée |
|---|---|---|---|
| MATHEMATIQUES | Tle D | 4 | 3H |

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

### EXERCICE 1 (5pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}^2$, le système

$$\begin{cases} iz + 2z' = 1 + i \\ z - (2 - i)z' = 1 \end{cases}$$ 1pt

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante

$(-2 + i)z - 3i\bar{z} = (1 - i)z + 2i$ 1pt

3) Soit P le polynôme définie par $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$

On désigne par $\alpha$ un nombre complexe non nul

a) Montrer que si $\alpha$ est solution de l'équation $P(z) = 0$ alors $P(\overline{\alpha}) = 0$ $et$ $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$

(0,75Pt$\times$ 2)

b) Calculer $P(1 - i)$ (0,75pt)

c) En déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation $P(z) = 0$ (0,75pt)

### EXERCICE 2 (5pts)

1) Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). On considère le fonction $f$ d'une variable réelle définie par $f(x) = 2x + \sqrt{2x^2 - 4x}$

a) Déterminer le domaine de définition de $f$ 0,5pt

b) Calculer la limite de $f$ en $+\infty$ puis étudier la branche infinie de $f$ en $+\infty$ (0,25pt +0,75pt)

2) Soit la fonction $g$ définie sur $[0, +\infty[$ $Par$ $g(x) = \sqrt{x + 1}$

a) Démontrer que pour tout $x \in [1, 2]$, $\frac{1}{2\sqrt{3}} \leq g'(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 0,75pt

b) En appliquant le théorème des inégalités des accroissements finis sur $[1, 2]$

Montrer que $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}(x - 1) \leq \sqrt{x + 1} \leq \frac{\sqrt{2}}{4}(x + 3)$ 1pt

3) Démontrer par récurrence

a) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = (\sum_{k=1}^{n} k)^2$ on remarquera que $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}), n \in \mathbb{N}^*$ 1pt

b) Pour tout entier naturel n, n$\geq$ 5 , $2^n > n^2$ 1pt

### EXERCICE 3 : (5pts)

A) On considère le fonction $g$ définie sur $IR$ $par$ $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1) Dresser le tableau de variations de g sur IR 1pt
2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ $admet$ une unique solution $\propto$ $dans$ $IR$ et que $1,6 < \alpha < 1,7$ 0,75pt + 0,5pt
3) En déduire le signe de $g(x) sur$ $IR$ 0,5pt

B) On considère la fonction $f$ $définie$ $sur$ $D = ]-1; +\infty[$ $par$ $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$

1) Déterminer les limites de $f$ $en$ $-1^+$ $en + \infty$ 0,5pt $\times$ 2
2) Démontrer que pour tout x élément de D, $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$ 0,75pt
3) Dresser le tableau de variation de $f$ $sur$ $D$ 0,75pt
4) Montrer que $-0,118 < f(\alpha) < -0,117$ 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Dans le soucis de lutter contre l'épidémie, le chef d'un petit village de la localité de Fou fait venir une équipe médicale. Sous la base d'un GPS, on muni le plan d'un repère orthonormé $(O, \vec{U}, \vec{V})$dont l'unité sur les axes est 10 kilomètres. Ce village est délimité par l'ensemble des points $M$ du plan d'affixe $Z$ tels que $|2iz - 3 + 3i| = 16$. La densité de la population de ce village est de 30 habitants par kilomètre carré. Un test est imposé à tous les habitants. Les résultats de ce test révèle que 15% de la population sont malades. Une dose d'un médicament est administré au malade. Le médecin chef déclare que une fois la dose de médicament administré au malade, la quantité de bactéries dans le sang après $t$ heure est donné par la fonction $t \mapsto \sqrt{1 + 9000t^2} - 300t$. Le fils du chef a reçu une dose de ce médicament. Le médecin affirme également qu'un patient est supposé guérir lorsque la quantité de bactérie du millimètre cube est presque nulle. Quelques jours passé dans le village, les médecins estiment la population malade à 1200 habitants. La quantité de malades diminue chaque heure de 5%

1) Le fils du chef guérira t'il avec le temps ? 1,5pt
2) Combien y'a-t-il de malades dans le village après le test ? 1,5pt
3) Après combien d'heure le nombre de malades sera 500 ? 1,5pt

Présentation 0,5pt