

## DEVOI SURVEILLE N°1

| Discipline           | CLASSE                   | coef     | Durée     |
|----------------------|--------------------------|----------|-----------|
| <b>MATHEMATIQUES</b> | <b>2<sup>nde</sup> C</b> | <b>6</b> | <b>3H</b> |

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

#### EXERCICE 1 (5pts)

- 1) Soit  $x$  et  $y$  deux réels tels que  $-5 < x < -3$  et  $2 < y < 6$

Déterminer un encadrement de  $x^2 - 3y$  et  $xy$  (1pts +0.5pt)

- 2) Le nombre  $-3,5$  est une valeur approchée d'un réel  $x$  à  $5 \times 10^{-3}$  près.

Donner un encadrement de  $x$  0.75pt

- 3) Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres réels strictement positifs.

a) Montrer que  $\frac{3a-b}{4} \leq \frac{a^2}{a+b}$  (\*) 0.5pt

b) Utiliser (\*) et deux autres inégalités analogues pour montrer que :

$\frac{a+b+c}{2} \leq \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{a+b} + \frac{c^2}{a+b}$  0.75pt

c) En déduire la comparaison de  $\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$  et  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$  0.5pt

- 4) On donne  $D = \frac{5 \times 10^5 \times (0,9)^3 \times (3 \times 10^{-2})^7 \times (0,27)^4}{3^8 \times 10^4 \times 2,5 \times (0,000081)^4}$

Déterminer l'écriture scientifique de  $D$  puis en déduire son ordre de grandeur

(0,75pt+0,25pt)

#### EXERCICE 2 (5pts)

- 1) Soit  $ABC$  un triangle.  $M$  le milieu de  $[AB]$  et  $I$  le milieu de  $[MC]$ .

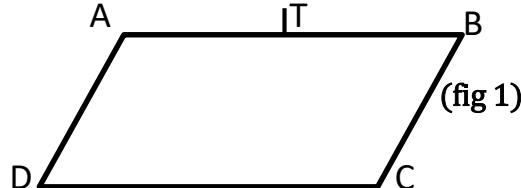
a) Construire le triangle  $ABC$  puis placer les points  $M$  et  $I$  0.5pt

b) Construire le point  $K$  tel que  $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB}$  0.25pt

c) Montrer que  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$  (0.75pt \*2)

d) Déterminer le réel  $\alpha$  non nul tel que  $\overrightarrow{AK} = \alpha \overrightarrow{AI}$ . Que peut-on dire des points  $A$ ,  $I$  et  $K$ ? (0.5pt + 0.25pt)

- 2) Soient  $ABCD$  un parallélogramme.  $T$  le milieu de  $[AB]$



a) Construire le point  $P$  tels que  $\overrightarrow{TP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{TC}$  0.25pt

b) Montrer que  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2 \overrightarrow{PT}$  puis  $\overrightarrow{PC} = 2 \overrightarrow{TP}$  0.25pt

c) Déduire que  $P$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$  0.5pt

d) Déterminer l'ensemble (c) des points  $M$  du plan tels que  $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = AB$  0.75pt

#### EXERCICE 3 (5pts)

- 1) Montrer que les égalités suivantes

a)  $\forall a > b \geq 0, \left( \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = 2(a + b)$  0.75pt

b)  $\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n+1})^3} = -3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ . 0.75pt

2) Soient  $x$  et  $y$  deux réels strictement positifs

Démontrer que si  $y < x$  alors  $y < \sqrt{xy} < x$  0.5pt

3) Calculer et mettre le résultat sous la forme d'une fraction irréductible

$$A = \frac{1 + \frac{1 - \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}}}{(1 - \frac{3}{5})(1 + \frac{3}{5})} + \frac{3}{5} \quad 1\text{pt}$$

4) Comparer les réels suivants en utilisant les méthodes de comparaison :

$$\frac{-2}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \text{ et } \frac{-2}{2 - \sqrt{3}} \quad 0.75\text{pt}$$

5) a) Démontrer que pour tout réel strictement positif  $x$ , on a

$$\frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} \quad 0.5\text{pt}$$

b) En déduire la valeur exacte de la somme

$$S = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{99}} \quad 0.75\text{pt}$$

#### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

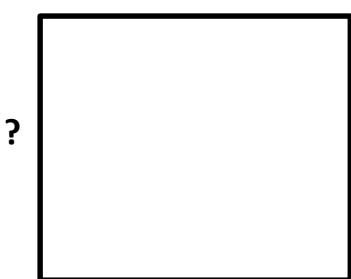
M.Tangue dispose de trois parcelles de terrain qu'il souhaite entourer de fil barbelé dont le mètre coûte 200 FCFA chez le quincailler.

La première parcelle a la forme d'un rectangle dont l'aire  $A$  est comprise entre  $1600 \text{ m}^2$  et  $1625 \text{ m}^2$ . Sa longueur est comprise entre  $40\text{m}$  et  $50\text{m}$ .

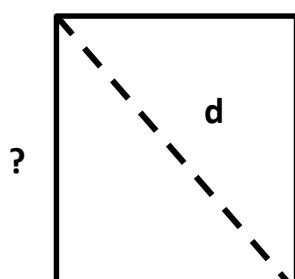
La deuxième parcelle a la forme d'un carré de diagonale  $d$  comprise entre  $34\text{m}$  et  $35\text{m}$ .

La troisième parcelle a la forme d'un triangle équilatéral dont la hauteur  $h$  est comprise entre  $6\sqrt{3}\text{m}$  et  $7\sqrt{3}\text{m}$

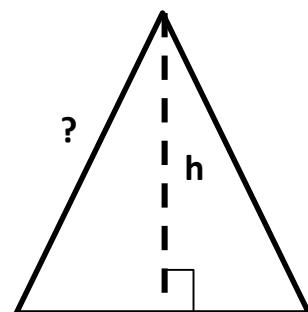
M.Tangue aimerait savoir la dépense maximale pour entourer chaque terrain mais malheureusement les dimensions de chaque parcelle ont été effacés sur les documents de son terrain.



1<sup>ère</sup> Parcellle



2<sup>ème</sup> Parcellle



3<sup>ème</sup> Parcellle

#### Taches :

- 1) Calculer la dépense maximale de M.Tangue pour entourer la 1<sup>ère</sup> Parcellle 1,5pt
- 2) Calculer la dépense maximale de M.Tangue pour entourer la 2<sup>ème</sup> parcelle 1,5pt
- 3) Calculer la dépense maximale de M.Tangue pour entourer la 3<sup>ème</sup> parcelle 1,5pt

Présentation : 0,5pts