COLLEGE BILINGUE SAPIENS
BP. : 8469 DOUALA LOGBESSOU
TEL. : 690439119
E. mail : cbsapiens@gmail.com

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
PAIX – TRAVAIL – PATRIE
Peace – Work – Fatherland

DEPARTEMENT DE : MATHEMATIQUES	Année Scolaire 2025 / 2026	EXAMINATEUR : Département
CLASSE : PREMIERE C	COMPOSITION DE FIN DU 1er TRIMESTRE	DUREE : 3h
DATE : Novembre 2025		COEF : 6

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15pts

EXERCICE 1 : (04,75 points)

On considère les expressions : $S = \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5}$ et $P = \cos\frac{3\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}$.

1) **a)** Montrer que pour tous réels a et b, on a : $\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a\cos b$. **0,25pt**

b) Calculer $2 \times S \times \sin\frac{\pi}{5}$ et en déduire que $S = -\frac{1}{2}$. **0,75pt**

2) **a)** Montrer que pour tous réels a et b, on a : $\cos a\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. **0,5pt**

b) En déduire que $P = -\frac{1}{4}$ **0,5pt**

3) Montrer que $P = \cos\frac{2\pi}{5}\cos\frac{4\pi}{5}$. **0,5pt**

4) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (G): $\begin{cases} x + y = -\frac{1}{2} \\ xy = -\frac{1}{4} \end{cases}$. **1pt**

b) En déduire que $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. **0,5pt**

5) Résoudre graphiquement dans $]-\pi;\ \pi]$, l'inéquation $\cos x \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (05,00 points)

On considère l'équation (E): $\sin 6x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1) Résoudre dans $]-\pi;\ \pi]$ l'équation (E). **0,75pt**

2) **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Montrer que : $\sin 3x = -4\,sin^3 x + 3\sin x$ et $\cos 3x = 4\,cos^3 x - 3\cos x$. **1pt**

b) En déduire que $\sin 6x = -4sin^3 2x + 3\sin 2x$. **0,5pt**

3) **a)** En posant $t = \sin 2x$, montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E'): $-4t^3 + 3t - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **0,25pt**

b) Montrer à partir de la question 1) que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ est solution de (E'). **0,25pt**

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E'). **1pt**

4) Déduire de tout ce qui précède, les valeurs exactes de $sin\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{17\pi}{12}$. **0,5pt**

5) On considère l'équation (F): $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cos(3x) + (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin(3x) = 2$ et on admet que $sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

a) Montrer que (F) est équivalente à : $\cos\left(3x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}$. **0,25pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (F). **0,5pt**

EXERCICE 3 : (03,00 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ de centres respectifs O et $O'(0;2)$ et de rayons respectifs $r = \sqrt{3}$ et $r' = 1$.

1) Justifier que les équations cartésiennes de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont respectivement : $x^2 + y^2 = 3$ et $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$. **0,5pt**

2) Montrer que le point $B(1;2)$ appartient à $(\mathcal{C}')$ puis écrire une équation cartésienne de la tangente à $(\mathcal{C}')$ en B. **0,5pt**

3) Démontrer que les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont sécants en deux points C et D dont on pressera les coordonnées. **1pt**

4) Montrer que les droites $(O'C)$ et $(O'D)$ sont des tangentes au cercle $(\mathcal{C})$. **1pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (07,25 POINTS)

Situation :

Trois amis Alan, Bertrand et Cybèle aiment faire des parties de Ludo. La partie d'un jeu est fait de trois phases et le principe du jeu est que le gagnant de la première phase empoche les un cinquième des avoirs des deux autres, le gagnant de la deuxième phase empoche les un tiers des avoirs des deux autres et en fin le gagnant de la troisième phase empoche un quart des avoirs des deux autres. Pour s'assurer de l'équité et de la transparence dans ce jeu, les trois amis remettent la totalité de leurs avoirs à un arbitre. Au cours de la dernière partie de jeu, Alan a gagné la première phase, Bertrand la deuxième et Cybèle la troisième. À la fin du jeu, Alan a obtenu 31 500 F comme gain, Bertrand a obtenu 48 150 F et Cybèle a obtenu 55 350 F.

Quelques années plutôt, les trois amis ont acquis à leurs noms deux terrains dans leur localité. Actuellement, Ils ont pour projet de vendre le premier terrain dans un mois pour lancer la première phase des travaux de construction d'un centre de loisirs sur le deuxième terrain.

Le premier terrain a la forme d'un triangle ABC tel que $AC = 8m$, $Mes(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{3}$ et $Mes(\widehat{\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}}) = \frac{\pi}{12}$ et le coût actuel du mètre carré de ce terrain est de 25 000 FCFA.

Le deuxième terrain est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique (unité : 12 mètres) des solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'équation $I(x) = 1$ où $I(x) = 1 + 2\sin x \cos x - 2cos^2 x$.

Le coût de construction du centre de loisirs est estimé à 150 000 FCFA le mètre carré.

Tâches :

1) Déterminer le montant que disposait chacun des trois amis avant le début de la dernière partie de jeu. **2,25pts**

2) Quel montant les trois amis vont-ils utiliser pour lancer première phase des travaux de construction du centre de loisirs ? **2,25pts**

3) Déterminer le coût total de construction du centre de loisir. **2,25pts**

Présentation : 0,5pt