

|                                 |                |                |                            |           |            |
|---------------------------------|----------------|----------------|----------------------------|-----------|------------|
| DEPARTEMENT DE<br>MATHEMATIQUES | EVALUATION N°2 | CLASSE : 11e D | MATIERE :<br>MATHEMATIQUES | COEF : 04 | DUREE : 4h |
|---------------------------------|----------------|----------------|----------------------------|-----------|------------|

NOMS \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

Compétence visée : \_\_\_\_\_

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES****EXERCICE 1 : (3,5pts)**

1-Démontrer par récurrence :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  (0.75pt)

2- On définit la suite  $(U_n)$  par :  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n+3}{u_n+3} \end{cases}$

g la fonction définie par  $g(x) = \frac{5x+3}{x+3}$

- a) Etudier les variations de g. (0.75pt)
- b) Justifier que  $\forall n \ 1 \leq u_n \leq 3$  (0.75pt)
- c) Justifier que  $(U_n)$  est croissante et conclure que  $(U_n)$  est convergente. (0.75pt)
- d) Déterminer la limite de  $U_n$ . (0.5pt)

**EXERCICE 2 : (6pts)**

Dans le plan complexe, on définit le polynôme  $P(z) = z^3 - (11 + 2i)z^2 + (34 + 14i)z - 42$

- 1.a) Démontrer qu'il existe un réel  $\alpha$  racine de  $P(z)$ . (0.75pt)
- b) Déterminer un polynôme  $Q$  tel que  $P(z) = (z - \alpha)(Q(z))$ . (0.75pt)
- c) Résoudre l'équation  $P(z) = 0$ . (1pt)
- 2) Linéariser  $\cos^6 x$  et  $\sin^2 2x \times \cos^3 x$  (1.5pt)
- 3) On donne  $u = \sqrt{6} - i\sqrt{6} - i\sqrt{2}$   $V = 1 - i$   $w = \frac{u}{v}$

- a) Ecrire u,v et w sous forme trigonométrique. (1.5pt)
- b) Ecrire w sous forme algébrique et déduire  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$  (0.5pt)

**EXERCICE 3 : (5.5pts)**

On considère la fonction g définie sur IR par  $g(x) = x^3 - 3x - 3$

- 1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations. (0.75pt)
- 2) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et donner l'encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près (1pt)
- 3) Donner le signe de g(x) suivant les variations de x. (0.5pt)
- 4) On pose  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-1}$ 
  - a) Etudier les variations de f en montrant que  $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$  (0.75pt)
  - b) Dresser le tableau de variation de f. (0.5pt)

c) Etudier les branches infinies de Cf. (0.5pt)

d) Montrer que  $f(\alpha) = \frac{3(2\alpha+3)}{\alpha^2-1}$ . (0.5pt)

e) Tracer (Cf). (0.5pt)

5) Soit  $h$  la restriction de  $f$  sur  $] -\infty - 1[$ , démontrer que  $h$  réalise une bijection de  $] -\infty - 1[$  vers  $J$  à déterminer. Tracer  $(Ch^{-1})$  dans le même repère. (1pt)

Calculer  $f(-2)$  et  $(h^{-1})'(-\frac{13}{3})$ . (0.5pt)

### **EVALUATION DES COMPETENCES (4.5points)**

#### **SITUATION :**

Pau a mis une somme de 200 000F dans une tontine au taux mensuel de 5% intérêt composé. Il voudrait acheter une parcelle de terrain coûtant 1 000 000 F.

Alain dépose également 200 000F dans une autre tontine qui lui produit mensuellement 12 500F. il voudrait ouvrir une boutique à partir de 1 650 000F. Adèle vend son terrain à 5 500F/m<sup>2</sup> qui a la forme d'un polygone régulier dont les sommets ont des affixes solutions de l'équation  $z^4 = -16$ .

**Tâche 1 :** Après combien de mois Paul peut-il acheter son terrain ? (1.5pts)

**Tâche 2 :** Après combien de mois Alain pourra-t-il ouvrir sa boutique? (1.5pts)

**Tâche 3 :** Quel est le prix de vente du terrain de Adèle ? (1.5pts)

**PRESENTATON : 0.5pt**

**EXAMINATEUR : Elie FOKONG**