

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15 points

EXERCICE 1 : 3points

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $Z_n = (1+i) + (2+2^3i) + (3+3^3i) + \dots + (n+n^3i)$.

1. Calculer la somme des n premiers entiers naturels non nuls. 0,5pt
2. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 1+2^3+3^3+\dots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$. 1pt
3. Déduire alors $Re(Z_n)$ et $Im(Z_n)$. 0,5pt
4. Donner la forme algébrique de $\overline{Z_{99}}$ et calculer $|Z_9|$. 1pt

EXERCICE 2 : 3 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ par $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$ et (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. a) Dresse le tableau de variations de g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 3$. 0,75pt
- b) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$. 0,5pt
- c) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près. 0,5pt
2. a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$, $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$. 0,5pt
- b) Dresser alors le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$. 0,75pt
3. a) Déterminer une asymptote oblique de (\mathcal{C}_f) en $+\infty$. 0,5pt
- b) Etudier la position relative de (\mathcal{C}_f) par rapport à l'asymptote oblique sur $[0; +\infty[$. 0,5pt
4. Tracer (\mathcal{C}_f) et ses asymptotes sur $[0; +\infty[$. 1pt

EXERCICE 3 : 3 points

I. Les réels ci-dessous sont des coefficients de corrélation linéaire.

- a) $r = 0,56$ b) $r = -0,28$ c) $r = 0,86$ d) $r = -1$. 0,5pt

Ordonner les de celui qui décrit la plus forte corrélation à celui qui décrit la moins forte corrélation.

II. Le tableau suivant présente les données d'une distribution à deux caractères.

x	10	23	5	15	18	19	16	14
y	76	57,5	84	75	60	70	71	78

1. Représenter les données de cette distribution à l'aide d'un nuage de points. 1,25pt
2. Déterminer une équation de la droite de MAYER associée à cette distribution. 0,5pt
3. Trace la droite de MAYER dans le nuage. 0,25pt

4. Estime la valeur de x pour $y = 20$ et la valeur de y pour $x = 12$.

0,5pt

EXERCICE 4 : 4 points

Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{4}(U_n^3 + 1)$. On définit sur l'intervalle

$I = [0;1]$ la fonction f par $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 + 1)$.

1. Etudier les variations de f puis montrer que $f(I) \subset I$.

1pt

2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in I$.

0,5pt

3. Soit g la fonction définie sur $I = [0;1]$ par $g(x) = f(x) - x$.

a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur I une solution unique, α .

0,5pt

b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

0,25pt

4. a) Montrer que $\forall x \in I, |f'(x)| \leq \frac{3}{4}$

0,5pt

b) Montrer que $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4}|U_n - \alpha|$ puis déduire que $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

0,75pt

c) Justifier alors que la suite (U_n) converge et préciser sa limite.

0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 5 points

Situation :

M. NDONG est un expert en gestion. Il travaille en plein temps comme contrôleur de gestion pour le groupe FOKOU. Depuis quelques jours il est appelé à quitter DOUALA pour GAROUA, son nouveau lieu de service. La famille NDONG quitte DOUALA ce 25, elle veut régler toutes ses factures.

L'électricité coutera 11500 FCFA ce mois. Mais la facture d'eau reste encore inconnue. Ci-dessous nous avons l'eau et l'électricité des 6 derniers mois de ce ménage.

Montant eau (en milliers de FCFA)	6	3,7	7,2	4,9	10,75	7,2
Montant électricité (en milliers de FCFA)	3,75	2,7	4,65	3,15	6,9	2,85

Par ailleurs M. NDONG rendait des services de comptabilité dans des entreprises privées à ses heures libres. Une étude sur les bilans des recettes et dépenses a permis de modéliser le bénéfice annuel b (en centaines de milliers de FCFA) d'une école primaire privée laïc lorsqu'elle compte x (en milliers) élèves par : $b(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 4$, $x \in [1;4]$.

D'autre part un commercial de FOKOU qui travaille avec M. NDONG a son nombre de client modélisé depuis qu'il a obtenu 200 clients. Chaque année son nombre de client est composé 50% des clients de l'année précédente auxquels s'ajoutent 400 nouveaux clients. Depuis ses 200 clients le commercial veut travailler encore 38 ans.

M. NDONG aimerait garder ses jobs secondaires de DOUALA par un collaboration digitale. Il pense que vous pouvez en présentiel le représenter. Cependant il veut vérifier vos compétences.

Tâches :

1. Estimer le montant de la facture d'eau du ménage NDONG pour ce mois en cours ? 1,5pt
2. Donner avec précision les nombres d'élèves qu'il faut enregistrer pour faire un gain. 1,5pt
3. Déterminer le nombre de clients du commercial à ses derniers jours de travail. 1,5pt

Présentation : 0,5pt