COLLEGE PRIVE MONGO BETI		B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé			
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2025-2026	N°02	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1: **5 points**

I- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

(E) : $z^3 - (11+2i)z^2 + 2(17+7i)z - 42 = 0$

1-a) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_0 0,25pt

b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que

$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z - z_0)(z^2 + az + b)$ 0,5pt

c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 - (11+2i)z^2 + 2(17+7i)z - 42 = 0$ 0,5pt

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}$; $\vec{v}$).On donnes les points A, B et C d'affixe respectives $z_A = 3+3i$, $z_B = -2+2i$ et $z_C = -1-3i$

a) Placer les points A, B et C dans le repère (O ;$\vec{u}$; $\vec{v}$). 0,75pt

b) Calculer le quotient $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ puis en déduire la nature du triangle ABC. 0,5pt

C) Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme 0,5pt

II- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ Les nombres complexes $a = \sqrt{2}(1+i)$ et $b = \sqrt{3}+i$

a) Déterminer le module et un argument de a et b 1pt

b) Ecrire sous forme algébrique et trigonométrique le nombre complexe $c = a^2 b$ 0,5pt

c) En déduire les valeurs exactes de cos $\frac{11\pi}{12}$ et sin $\frac{11\pi}{12}$ 0,5pt

Exercice 2 : **5 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{x^2}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1-a) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition 1pt

b) Démontrer la droite (D) d'équation : $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C) 0,5pt

c) Etudier la position relative de (D) par rapport à (C) 0,5pt

2-a) Montrer que pour tout x non nul, $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ 0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de f. 0,75pt

3-a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle]-2 ; -1[une solution unique α 0,25pt

4- Soit h la restriction de f sur l'intervalle $]-\infty; 0[$. Démontrer que h réalise une bijection de $]-\infty; 0[$ vers un intervalle J à déterminer. 0,5pt

5- Construire (D), (C) et (C') courbe de h^{-1} réciproque de h dans le même repère. 1pt

Exercice 3: **3 points**

I/1- Soit f la fonction définie sur $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

a) Montrer que (Cf) admet une asymptote verticale dont on donnera une équation cartésienne. 0,5pt

b) Etudier la branche parabolique de (Cf) en $+\infty$. 0,75pt

2- Soit h la restriction de f sur $D =]1; 2]$ définie par $h(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]1; 2]$ O,5pt

3- On pose $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

a) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$, l'équation $h(x) = 0$ équivaut à $g(x) = x$ 0,5pt

b) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$,$|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ O,75pt

c) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$, $|g(x) - \alpha| \leq |x - \alpha|$ 0,5pt

II/ On considère la fonction p définie par $p(x) = \sqrt{x} + x$

a) Démontrer que $\forall x \in [1;4]$, on a $\frac{5}{4} \leq p'(x) \leq \frac{3}{2}$ 1pt

b) Montrer que : $\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \leq \sqrt{x} + x \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. O,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 POINTS.

Pour la nouvelle saison cacaoyère, Mr EBANGA grand opérateur économique voudrait étendre sa cacaoyère avec 2500 plants de cacao dans son terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur sont respectivement la partie réelle de z et la partie imaginaire de z', z et z'étant solution du système d'équations $\begin{cases} 2z - 15iz' = 350 + 120i \\ iz - 5z' = -160 + 50i \end{cases}$

Pour une bonne production ses employés plantent 2 plants de cacao au m^2. Sa sœur Mme BILOA a une plantation dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que $|2iz - 2 + 2i| = 12$ où $z = x + iy$. Elle souhaite la clôturer avec du fil dont le mètre coûte 400fcfa et elle a prévu faire deux rangées de fil. Sachant qu'elle dispose d'une somme de 35000fcfa. Leur beau-frère Mr MOUSSA quant à lui possède un terrain situé au quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan distinct du point $A(0;1)$ tels que $\frac{2z-4}{z-i}$ soit imaginaire pur, où $z = x + iy$. Il souhaite l'hypothéquer avec une moto dont la valeur est estimée à 480000fcfa. Sachant que son terrain a une valeur de 150000fcfa le mètre carré.

L'unité de mesure est le mètre, on prendra $\pi = 3{,}14$.

Tâches :

1) Mr EBANGA pourra-t-il étendre sa cacaoyère ? 1,5pt
2) L'argent de Mme BILOA sera-t-il suffisant pour protéger sa plantation ? 1,5pt
3) Mr MOUSSA réussira-t-il à être propriétaire de cette moto ? 1,5pt

Présentation 0,5pt