

COLLÈGE PRIVE MONGO BETI			B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé		
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	ÉPREUVE	CLASSE	DURÉE	COEFFICIENT
2025-2026	N°02	MATHEMATIQUES	Tle C	4 h	07
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1: 4 points

- 1- a) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E): $8x + 10y = 200$ 0,5 pt
- b) Un groupe de jeunes élèves composés de filles et de garçons se présentent à la cantine de leur lycée et dépense au total 10000 FCFA. Chacun des garçons commandent un plat de 400 FCFA et chacune des filles un plat de 500 FCFA. Déterminer le nombre de filles et de garçons sachant qu'il y-a plus de filles que de garçons 0,5pt
- 2- Soit a un nombre réel non nul.
- a) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1})$ 0,5pt
- b) En déduire l'écriture de l'entier naturel, $4^8 - 1$ dans le système binaire. 0,5pt
- 3- Déterminer les restes de la division euclidienne de 3^n par 7, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 0,5pt
- 4- Soit $U_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}$ où n est un entier naturel supérieur ou égal à 2.
- a) Démontrer que : si U_n est divisible par 7, alors $3^n - 1$ est divisible par 7. 0,5pt
- b) Réciproquement démontrer que : si $3^n - 1$ est divisible par 7, alors U_n est divisible par 7. 0,5pt
- c) En déduire les valeurs de n pour lesquelles U_n est divisible par 7. 0,5pt

Exercice 2 : 4,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$. On note (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1-a) Montrer que (Cf) admet deux asymptotes dont on précisera les équations cartésiennes. 0,5pt
- b) Calculer la dérivée première de f et dresser le tableau de variation de f 1pt
- 2- Montrer f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle J que l'on précisera 0,5pt
- 3- Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha \in [-1; 0]$ 0,5pt
- 4-a) Montrer que $\forall x \in [-1; 0], |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 0,5pt
- b) En déduire que $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$ 0,5pt
- 5- Construire (Cf) et (Cf^{-1}) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. 1pt

Exercice 3 : 4 points

I/Le tableau suivant donne la production agricole y_i en tonnes, en fonction de la taille x_i , en hectares de l'exploitation, pour un ensemble de six exploitations d'une localité d'un pays.

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	12	30	42	60	48	54

- 1- Calculer le coefficient de corrélation linéaire puis donner une interprétation de ce résultat 1pts
- 2-a) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X . 0,5pt
- b) En déduire une estimation de la production d'un domaine de 8 hectares. 0,5pt

II/ Dans le plan complexe muni d'un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne le nombre complexe $u = -8(1 + i\sqrt{3})$ et on pose $z' = \frac{2z-i}{z+1-i}$ avec $z \neq -1 + i$ et $z \in \mathbb{C}$

- 1-a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $t = (\sqrt{3} - i)^4$ 0,5pt
- b) En déduire dans $\mathbb{C}$ la résolution de l'équation $z^4 + 8(1 + i\sqrt{3}) = 0$ 1pt

2- Déterminer et construire l'ensemble (Σ) des points $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ du plan tels que z' soit réel 0,5pt

Exercice 4 : 3 points

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \cos 2x - 2\cos x$

1-a) Etudier la parité de h et montrer que h est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$ 0,5pt

b) Montrer la dérivée h' de h est définie sur $\mathbb{R}$ par $h'(x) = 2\sin x(1 - 2\cos x)$ 0,5pt

2- Etudier le signe de h' sur l'intervalle $[0; \pi]$ puis dresser le tableau de variation de h 1pt

3- Construire la courbe (C) de h sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$ 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5 points

Situation :

Monsieur MOUSSA est comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie que peut emprunter un engin à moteur. Il achète le sable et à verser chez son voisin situé à une centaine de mètres du chantier. Ce sable est livré par une société et acheter à raison de 15000FCFA le mètre cube (m^3) est contenu dans un bac plein de forme parallélépipédique de volume $3 \times a \times b$ ou a et b vérifient en mètre le système : $\text{pgcd}(a; b) = 7$ et $a^2 - b^2 = 343$. Ce sable devrait être transporté en 100 tours dans des seaux identiques et pleins par des garçons et filles du quartier. Les garçons ont effectué 8 tours chacun et les filles 5 tours chacune. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1000FCFA par personne. Frusqué par ce problème qui le préoccupe, monsieur MOUSSA rejoint son lieu de service. Mais malheureusement il a oublié le mot de passe de son ordinateur. En fouillant ses documents, il tombe sur ce message : mot de passe codé $\ll \text{WSAYZ} \gg$, fonction de codage : $f(x) \equiv 17x + 22[26]$ ou à chaque lettre de l'alphabet on associe un entier compris de 0 à 25 respectivement

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Par exemple, la lettre M est associée à l'entier 12, par la fonction de codage, le reste de la division euclidienne de $f(12)$ est 5 qui correspond à la lettre F, donc la lettre M est codé par la lettre F.

Tâches :

- 1) Déterminer le prix d'achat du sable. 1,5pt
- 2) Déterminer le montant nécessaire à prévoir par M. MOUSSA pour satisfaire les transporteurs de sable sachant qu'il y'avait plus de garçons que de filles 1,5pt
- 3) Décoder le mot de passe de son ordinateur 1,5pt

Présentation : 0,5pt