DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

CLASSE : Père D

DURÉE : $6sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

COEF : 4

# Examen blanc N 4

*La qualité des figures et la clarté de la rédaction sont les éléments qui définissent l'hygiène de la mathématique*

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE (15pts)

### EXERCICE 1 (2pts)

*Soit* $\theta \in IR$, *on considere l'expression* $K(\theta) = Cos^4(3\theta) + Sin^4(3\theta)$

1- *Montrer que* $K(\theta) = 1 - \frac{1}{2}Sin^2(6\theta)$. [*On rappelle que* $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]

2- *Résoudre dans* $]-\pi;\pi]$ *l'équation* $K(\theta) = 1$ *puis représente les images des solution sur le cercle* **1pt**

### EXERCICE (5pts).

On considère le polynôme $\Pi$ définie par : $\Pi(x) = 4x^3 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})x + \frac{\sqrt{6}}{2}$

1- Montrer $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ est racine de **P.** **0,5pt**

2- Déterminer les réels **a, b et c** tels que : $\Pi(x) = \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)Q(x)$ avec $Q(x) = ax^2 + bx + c$. **0,75pt**

3- On suppose à la suite que $Q(x) = x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)x + \frac{\sqrt{3}}{4}$

*a-* Résoudre l'équation $Q(x) = 0$. **1pt**

*b-* Résoudre alors l'équation : $\Pi(x) = 0$. **0,75pt**

4- Déduire la résolution de l'équation

$(E_{22})$: $4\sin^3x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)\sin^2x + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})\sin x + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$. **2pts**

### EXERCICE 3 (3.5pts)

1- Soit $\phi \in IR$, démontrer que : $2Cos^2(\phi) = 1 + Cos(2\phi)$. **0,5pt**

2- En admettant que $Cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ; montrer que $Cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$ et $Sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$ 1pt

3- Déduire les valeurs exactes de $Cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)$ et $Sin\left(\frac{7\pi}{24}\right)$. **1pt**

4- Résoudre dans **IR** l'équation$(E_{II})$: $\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}Cos(\phi) - \sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}Sin(\phi) = -\sqrt{2}$. **1pt**

### EXERCICE 4 (4,5pts)

1- *En se rappelant que* $C_n^p = C_n^{n-p}$ ;

*Résoudre dans IN l'équation* $(E)$: $C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$ *et* $(E')$: $C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7}$. *2pts*

2- *Resoudre dans* $IR^3$ *le système suivant* : $(\Sigma)\begin{cases} x + y + z = 12 \\ y + z = 8 \\ x + y = 9 \end{cases}$ *1pt*

3- *Le cabinet d'avocats est très réputé grâce à ses succès dans les Affaires qu'il traite.*
*Ce cabinet compte 20 avocats en son sein. Tous les avocats parlent couramment au moins une des trois langues suivantes : le français, l'anglais et l'arabe. On sait que dans ce cabinet, 14 avocats parlent l'anglais ; 8 avocats parlent français; 12 avocats parlent l'arabe ; 4 avocats parlent l'arabe et le français ; 5 avocats parlent l'anglais et le français.2 avocats parlent les trois langues.*

*Ce cabinet envisage ouvrir et donc redéployer une partie de ses avocats dans un autre pays où on parle l'arabe ou l'anglais.*

*Pour minimiser les coûts, ce cabinet compte n'envoyer que des avocats qui parlent l'arabe* et l'anglais mais pas le français.

En posant **a** le nombre qui parle uniquement l'anglais ; **b** qui parlent l'anglais et l'arabe mais pas le francais et **c** le nombre d'avocat qui parlent uniquement l'arabe

**a-** Représenté le diagramme de **VENN** e cette situation.

**b-** Deduire que le triplet (**a**; **b**; **c**) verifient le systeme (**Σ**). 0.5pt

**c-** Deduire détermine pour ce cabinet le nombre d'avocats à redéployer.

**PARTIE EVALUATIONS DES COMPETENCES 5pts**

*Lors du conseil des anciens de son village.* ***MAXWELL*** *a entendu la conversation Suivante entre le doyen et le benjamin :* ***« j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez, et quand vous aurez l'âge que j'ai, ensemble nous 154 ans »***

*M.MAXWELL possède deux (2) terrains l'un pour la plantation du canne à sucre l'autre pour la construction des maisons en location.*

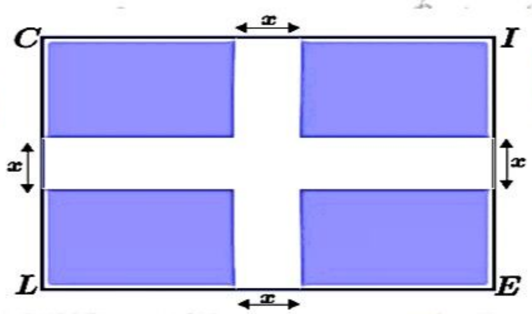
*S'agissant du terrain pour la plantation du canne a sucre, elle a la forme de polygone dont les sommets sont des images des solutions de l'équation* $\cos(6x) = 1$ *dans* $]-\pi;\pi]$ *Sur le cercle trigonométrique,* ***1unité est égale à 5m.*** *Il désire sécuriser avec de fil barbelé en faisant* ***4*** *rangées laissant une porte de* ***7m*** *sur un côté. Le mètre de fil barbelé est vendu à* ***2000FCFA*** *sur le marché*

*S'agissant l'autre terrain pour la construction des maisons en location, elle a la forme d'un rectangle qui* ***mesure 7hm de long sur 5hm*** *de large ; il décide de de subdivisé ce terrain en* ***4 cités*** *de même superficie par deux route principales qu'il souhaite couvrir avec des paves comme l'indique la figure ci-dessous sachant qu'un paquet* ***de 12 pavé 1m²*** *coûter* ***36000FCFA.***

***Tâche 1 :*** *Déterminer le budget nécessaire pour la clôture de ce plantation du canne à sucre ?* ***1,5pt***

***Tâche 2*** *: Déterminer le budget nécessaire pour la subdivisions du deuxième terrain pour que la surface des* ***4 cités*** *soit égale au trois (3) huitième de la surface total des* ***4 cités*** ***1,5pt***

***Tâche 3*** *: Déterminer l'âge le doyen et le benjamin* ***1,5pt***




*« Il y a qu'une façon d'échouer, c'est d'abandonner avant d'avoir réussi »*

# CORRECTION

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE (15pts)

### EXERCICE 1 (2pts)

Soit $\theta \in IR$, on considere l'expression $K(\theta) = \mathcal{C}os^4(3\theta) + \mathrm{Sin}^4(3\theta)$

1- Montrons que $K(\theta) = 1 - \frac{1}{2}\mathrm{Sin}^2(6\,\theta)$. [On rappelle que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$] 1pt

$K(\theta) = \mathcal{C}os^4(3\theta) + \mathrm{Sin}^4(3\theta) \Leftrightarrow [\mathcal{C}os^2(3\theta)]^2 + [\mathrm{Sin}^2(3\theta)]^2$

$\Leftrightarrow (\mathcal{C}os^2(3\theta) + \mathrm{Sin}^2(3\theta))^2 - 2\,\mathcal{C}os^2(3\theta).\mathrm{Sin}^2(3\theta)$

$$\Leftrightarrow \left(\underbrace{\mathcal{C}os^2(3\theta)+Sin^2(3\theta)}_{\substack{\parallel\\1}}\right)^2 - \underbrace{2\,\mathcal{C}os(3\theta).Sin(3\theta)}_{\substack{\parallel\\Sin(6\theta).}}.\mathcal{C}os(3\theta).Sin(3\theta)$$

$$\Leftrightarrow (1)^2 - \frac{1}{2}Sin(6\theta)\underbrace{2(\mathcal{C}os(3\theta).Sin(3\theta))}_{\substack{\parallel\\Sin(6\theta).}}$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}Sin(6\theta)Sin(6\theta). \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}Sin^2(6\theta) \text{ d'ou le resultat}$$

**1- *Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $K(\theta)=1$.*** ***1pt***

$K(\theta)=1 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}Sin^2(6\theta)=1.$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}Sin^2(6\theta)=0$

$\Leftrightarrow Sin(6\theta)=0$

$\Leftrightarrow Sin(6\theta)=Sin0$

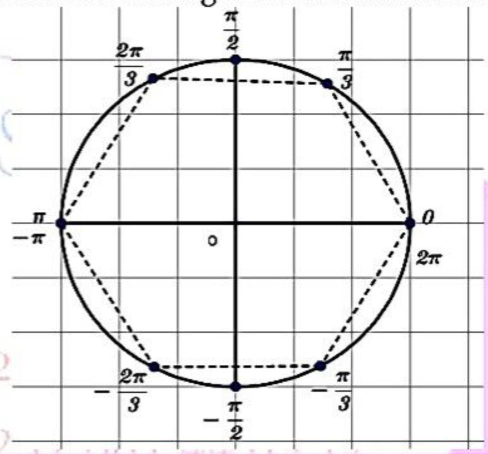
$\Leftrightarrow 6\theta=2k\pi\ (k\in Z)$

$\Leftrightarrow \theta=\frac{1}{3}k\pi \quad S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{1}{3}k\pi,(k\in Z)\right\}$

$S_{]-\pi;\pi]}=\left\{\frac{1}{3}k\pi,(k\in\{-2;-1;0;1;2;3\})\right\}$

$S_{]-\pi;\pi]}=\left\{-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{3};0\,\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\pi\right\}$

Représente les images des solutions sur le cercle




## EXERCICE (5pts).

*On considère le polynôme* $\Pi$ *définie par :* $\Pi(x)=4x^3-2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)x^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})x+\frac{\sqrt{6}}{2}$

**1- *Montrons $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ est racine de $\Pi$*** ***0,5pt***

$$\Pi\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3-2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$=-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)\left(\frac{2}{4}\right)+(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$=-\frac{4\sqrt{2}}{2}-2\times\frac{2}{4}(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$=-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-1+\frac{\sqrt{6}}{2}-1-\frac{\sqrt{12}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$=-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-1-\frac{\sqrt{6}}{2}+1+\frac{2\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$$

**2- *Déterminons les réels a, b et c tels que :* $\Pi(x)=\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)Q(x)$ *avec* $Q(x)=ax^2+bx+c$.** ***0,75pt***

$$\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(ax^2+bx+c)=ax^3+bx^2+cx+\frac{\sqrt{2}}{2}ax^2+\frac{\sqrt{2}}{2}bx+c\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=ax^3+\left(b+a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)x^2+\left(c+b\frac{\sqrt{2}}{2}\right)x+c\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Par identification avec l polynôme du départ

$$\begin{cases}a=4\\ b+a\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\\ c+b\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}\\ c\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\ b+a\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\\ c+b\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}\\ c\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\ b+a\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\\ c+b\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}\\ c\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b+(4)\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2 \\ c+b\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6} \\ c\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2\sqrt{3}+2 \\ c+2(\sqrt{3}+1)\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6} \\ c=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2(\sqrt{3}+1) \\ C=\sqrt{3} \end{cases}$$

---

**3-** ***O***n suppose à la suite que $Q(x)=x^2-\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)x+\frac{\sqrt{3}}{4}$

***a-*** Résoudre l'équation $Q(x)=0$. ***1pt***

$$Q(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)x+\frac{\sqrt{3}}{4}=0$$

$$\Delta=\left[-\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]^2-4\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\Delta=\left(\frac{1^2+(\sqrt{3})^2+2(1)(\sqrt{3})}{4}\right)-\sqrt{3}$$

$$\Delta=\left(\frac{1^2+(\sqrt{3})^2-2(1)(\sqrt{3})}{4}\right)$$

$$\Delta=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$x_1=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad S=\left\{\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

***b-*** Résoudre alors l'équation : $\Pi(x)=0$. 0,75pt

$$\Pi(x)=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)Q(x)=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0 \text{ ou } Q(x)=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } x=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

***c-*** Déduire la résolution de l'équation

$(E_{22})$: $4\sin^3x-2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)\sin^2x+(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})\sin x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$.

2pts

En posant $X=\sin x$; On a
$$\begin{cases} \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou} \\ \sin x=\frac{1}{2} \text{ ou} \\ \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x=\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ ou} \\ \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{ ou} \\ \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k \text{ ou } x=\pi-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi k \text{ ou } x=\pi-\frac{\pi}{6}+2\pi k \\ x=\frac{\pi}{3}+2\pi k \text{ ou } x=\pi-\frac{\pi}{3}+2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k \text{ ou } x=\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi k \text{ ou } x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k \\ x=\frac{\pi}{3}+2\pi k \text{ ou } x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k \end{cases} (k\in Z)$$

$$S=\left\{\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\frac{\pi}{4}+2\pi k; x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\frac{\pi}{6}+2\pi k; x=\frac{\pi}{3}+2\pi k \text{ ou } x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k, (k\in Z)\right\}$$

## EXERCICE 3 (3.5pts)

***1- Soit $\phi\in IR$, démontrons que: $2Cos^2(\phi)=1+Cos(2\phi)$.*** ***0,5pt***

***Méthode 1.1***

On a: $2\mathcal{C}os^2(\phi)=\mathcal{C}os^2(\phi)+\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)+\mathrm{Sin}^2(\phi)$

$=\underbrace{\mathcal{C}os^2(\phi)+\mathrm{Sin}^2(\phi)}_{\parallel \atop 1}+\underbrace{\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)}_{\parallel \atop \mathcal{C}os^2(\phi)}=1+\mathcal{C}os^2(\phi)$. d'ou le résultat.

Méthode 2.

On a: $1+\mathrm{Cos}(2\phi)=1+\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)$. car $\mathrm{Cos}(2\phi)=\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)$

$\Rightarrow 1+\mathrm{Cos}(2\phi)=\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)+\mathcal{C}os^2(\phi)-\mathrm{Sin}^2(\phi)$ car $1=\mathcal{C}os^2(\phi)+\mathrm{Sin}^2(\phi)$

$\Rightarrow 1+\cos(2\phi) = 2\cos^2(\phi)$. d'ou le resultat

**Méthode 3.**

$$\text{On a: } \begin{cases} \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) & (1) \\ 1 = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) & (2) \end{cases} \qquad \Rightarrow (1)+(2) = 2\cos^2(\phi) = \cos(2\phi)+1$$

**Méthode 4.**

$$\text{On a: } \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$$

$\Rightarrow \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - (1-\cos^2(\phi))$

$\Rightarrow \cos(2\phi)+1 = 2\cos^2(\phi)$. (car $1 = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$)

---

**2-** En admettant que $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; montrons que $\cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$ et $\sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$ 1pt

$$2\cos^2(\phi) = 1+\cos(2\phi) \Rightarrow \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1+\cos\left(2\times\frac{7\pi}{24}\right)}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1+\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1-\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$$

---

**3-** Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{24}\right)$. 1pt

$$\begin{cases} \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8} \\ \sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \pm\sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \pm\sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \end{cases} \quad \text{or } \frac{7\pi}{12} \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \text{donc } \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) > 0$$

$$\text{d'ou} \begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \end{cases}$$

---

**4-** Résoudre dans IR l'équation$(E_{II})$: $\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\cos(\phi) - \sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}\sin(\phi) = -\sqrt{2}$. 1pt

$$\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\cos(\phi) - \sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}\sin(\phi) = -\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\right)^2} = \sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}+4-\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}}\cos(\phi) - \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}}\sin(\phi) = -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}}\cos(\phi) - \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}}\sin(\phi) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{or } \begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \end{cases} \quad \text{donc } \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\cos(\phi) - \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\sin(\phi) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\cos(\phi) - \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\sin(\phi) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(\phi-\frac{7\pi}{24}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\phi-\frac{7\pi}{24}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\left(\phi-\frac{7\pi}{24}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \phi-\frac{7\pi}{24} = \frac{5\pi}{6}+2\pi k \\ \phi-\frac{7\pi}{24} = \frac{5\pi}{6}+2\pi k \end{cases} (k\in Z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{5\pi}{6}+\frac{7\pi}{24}+2\pi k \\ \phi = \frac{5\pi}{6}+\frac{7\pi}{24}+2\pi k \end{cases} (k\in Z) \Rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{13\pi}{24}+2\pi k \\ \phi = \frac{-13\pi}{24}+2\pi k \end{cases} (k\in Z)$$

$$S = \left\{\frac{13\pi}{24} + 2\pi k;\ \frac{-13\pi}{24} + 2\pi k;\quad (k \in Z)\right\}$$

## EXERCICE 4 (4,5pts)

1- En se rappelant que $\mathcal{C}_n^p = \mathcal{C}_n^{n-p}$ ; Résolvons dans IN l'équation (E): $\mathcal{C}_{n-1}^{n-5} = 3\mathcal{C}_{n-3}^{n-7}$ et (E'): $\mathcal{C}_{2n+3}^{3n} = \mathcal{C}_{2n+3}^{n^2-5n+7}$.

- $C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7} \Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-5)!(4)!} = 3\frac{(n-3)!}{(n-7)!(4)!}$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!(4)!} = 3\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)!}{(n-7)!(4)!}$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 3(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-2) = 3(n-5)(n-6)$$

$$\Rightarrow -2n^2 + 30n - 58 = 0 \quad \Delta = 109; \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{109} = 10{,}4$$

$$\Rightarrow -2\left(n - \frac{15-\sqrt{109}}{2}\right)\left(n - \frac{15+\sqrt{109}}{2}\right) = 0; \quad n = \frac{15-\sqrt{109}}{2} \quad \text{ou } n = \frac{15-\sqrt{109}}{2}$$

$$\text{or } \frac{15-\sqrt{109}}{2} \notin IN \text{ et } \frac{15+\sqrt{109}}{2} \notin IN \quad S_{IN} = \emptyset$$

- $C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7} \Rightarrow 3n = n^2 - 5n + 7$ ou $3n = 2n + 3 - (n^2 - 5n + 7)$

$$\Rightarrow 3n = n^2 - 5n + 7 \quad \text{ou} \quad 3n = 2n + 3 - n^2 + 5n - 7$$

$$\Rightarrow n^2 - 8n + 7 = 0 \quad \text{ou} \quad -n^2 + 4n - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-7) = 0 \text{ ou } \Rightarrow (n-2)(n-2) = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 8n + 7 = 0$$

$\Rightarrow n - 1 = 0$ ou $n - 7 = 0$ ou $n - 2 = 0 \Rightarrow n = 1$ ou $n = 7$ ou $n = 2$. $S = \{1; 2; 7\}$

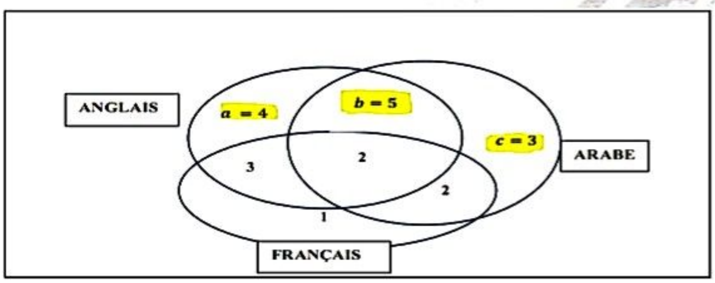
2- Resolvons dans IR³ le système suivant : $(\Sigma)\begin{cases} x + y + z = 12 & (1) \\ y + z = 8 & (2) \\ x + y = 9 & (3) \end{cases}$ 1pt

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 & (1) \\ z = 8 - y & (5) \\ x = 9 - y & (4) \end{cases} \quad (4) \text{ et } (5) \text{donne } 9 - y + y + 8 - y = 12 \ (1)$$

$x = 4$; $y = 5$ et $z = 3$ $S = \{(4; 5; 3)\}$

a- Représenté le diagramme de VENN e cette situation. 0,5pt

En posant a le nombre qui parle uniquement l'anglais ; b qui parlent l'anglais et l'arabe mais pas le francais et c le nombre d'avocat qui parlent uniquement l'arabe




AVOCATS

a- Deduire que le triplet (a; b; c) verifient le systeme (Σ). 0.5pt

D'apres le diagramme de VENN ci-dessus, on a :

- Avocats qui parlent l'anglais : $a + b + 2 + 3 = 14 \Rightarrow a + b = 14 - 5 = 9 \quad \Rightarrow a + b = 9 \quad (1)$
- Avocats parlent français : $3 + 1 + 2 + 2 = 8$

- Avocats parlent l'arabe : $b + c + 2 + 2 = 12 \Rightarrow c + b = 12 - 4 = 8 \qquad \Rightarrow c + b = 8 \quad (2)$
- Avocats total : $a + 3 + 2 + b + 1 + 2 + c = 14 \Rightarrow a + b + c = 20 - 8 \qquad \Rightarrow a + b + c = 12 \quad (3)$

$(1);\ (2)$et $(3)$ donne $\begin{cases} a + b + c = 12 \\ b + c = 8 \\ a + b = 9 \end{cases}$ en remplacant x par a; y par b et z par c

b- Deduire détermine pour ce cabinet le nombre d'avocats à redéployer. 0,5pt

D'après la question b, on a : $a = 4$ ; $b = 5$ et $c = 3$

Donc au total on aura 5 avocats à redéployer

## PARTIE EVALUATIONS DES COMPETENCES 5pts

Tâche 1 : Déterminons le budget nécessaire pour la clôture de ce plantation du canne à sucre ? 1,5pt

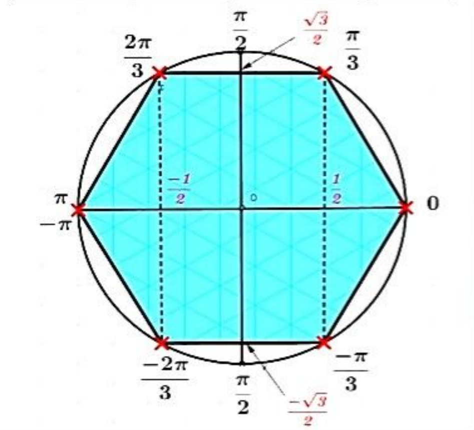
- Résolvons dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos(6x) = 1$ pour déterminer la forme du terrain

$\cos(6x) = 1 \Leftrightarrow \cos(6x) = \cos(0) \Leftrightarrow 6x = k\pi \in Z \Leftrightarrow x = \frac{k}{6}\pi \in Z$

On a : $-\pi < \frac{k\pi}{6} \leq \pi \Leftrightarrow -3 < k \leq -3$

| k | 3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | $\pi$ | $\frac{-2\pi}{3}$ | $\frac{-\pi}{3}$ | 0 | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{-2\pi}{3}$ |

- Plaçons les points images des solutions sur le cercle trigonométrique




Le polygone obtenus est un hexagone régulier

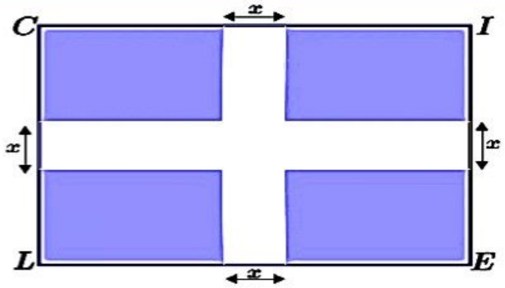
Calculons la cote de l'hexagone $A\begin{pmatrix}\cos(0)\\ \text{Sin}(0)\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}\cos(\frac{\pi}{3})\\ \text{Sin}(\frac{\pi}{3})\end{pmatrix}$;

$A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} \times 5$

- PERIMETRE DU POLGONE : $P = 6 \times \text{coté} = 6 \times 5$
- Perimetre $= 30m$
- Pour 4 rangées ; on a : $4 \times 30 = 120$ m
- Pour la porte de 7metres on a : $4 \times 7 = 28m$
- Le mentres fil barbelé est : $N = 120 - 28 = 98m$
- **Budget: $B = 90 \times 2000 = 180\,000$FCFA**

Tâche 2 : Déterminons le budget nécessaire pour la subdivisions du deuxième terrain pour que la surface des deux routes et égale au trois (3) huitième de la surface total des 4 cites 1,5pt




Soit L'; l' et S' (respectivement la longueur ; la largeur et la surface) d'une cité on a: $\begin{cases} CI = 2L' + x \\ IE = 2l' + x \\ S' = L' \times l' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2L' = 7 - x \\ 2l' = 5 - x \\ S' = L' \times l' \end{cases}$

$\Rightarrow 4L' \times l' = (5 - x)(7 - x) = 4S'$

Si S est la surface globale du terrain ; on a : $S = IC \times IE = 35$

$S = IC \times IE = 35hm^2$

Or la surface $S_1$ des deux routes et égale au trois (3) huitième de la surface total des 4 cités c- à - d. $S_1 .= \frac{3}{8} S_T$

Avec $S_T$ la surface total des 4 cités de sorte que $S_T = 4S' = (5 - x)(7 - x)$

De plus $S = S_1 + S_T = S_T + \frac{3}{8} S_T = \frac{11}{8} S_T$,

- Determinons la valeurs de x

$S = 53 \Leftrightarrow \frac{11}{8} S_T = 35 \Leftrightarrow \frac{11}{8}(5 - x)(7 - x) = 35 \Leftrightarrow 11(5 - x)(7 - x) = 280$

$\Rightarrow 11x^2 - 132x + 105 \Rightarrow 11(x - 11{,}14)(x - 0{,}8) \Rightarrow x_1 = 11{,}14$ ou $x_2 = 0{,}8$

Or $5 < x < 7$ donc $x = 0{,}8hm$

- Calculons la surface des 4 cites: $S_T = (5 - 0{,}8)(7 - 0{,}8) = 6{,}2 \times 4{,}8 = 26{,}04hm^2$
- alculons la surface des deux routes: $S_1 = \frac{3}{8} \times 26{,}04 = 9{,}765hm^2$
- Déterminons le budget nécessaire

On a : de 12 pavés 1m² coûter 36000FCFA$\Rightarrow$ Budget $= 36000 \times 9{,}765 = 351\ 540$FCFA

---

Tâche 3 : Déterminer l'âge le doyen et le benjamin 1,5pt

« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez, et quand vous aurez l'âge que j'ai, ensemble nous 154 ans »

Appelons x l'âge du doyen ; y l'âge du benjamin et t la différence de leur âges tels que : $t = x - y$

Interprétation du texte

« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez »

- → quand j'avais l'âge que vous avez c'est à dire quand le Benjamin avait y ans
- → l'âge que vous aviez c'est à dire quand le Doyen avait y ans le benjamin avait $y - t$ soit $2y - x$
- → J'ai trois fois l'âge que c'est à dire $x = 3(2y - x)$ soit $4x = 6y$ (1)

« Ensemble nous 154 ans » c'est à dire quand le benjamin aura l'âge du doyen c-a-d. $y + t$ soit $2x - y$ .

$x + 2x - y = 154 \Rightarrow 3x - y = 154$ (2)

$\begin{cases} 4x - 6y = 0 \\ 3x - y = 154 \end{cases}$ ; $d_p = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 18 = 14$; $d_x = \begin{vmatrix} 0 & -6 \\ 154 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 924 = 924$

$d_y = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 154 \end{vmatrix} = 0 + 616 = 616$ $x = \frac{924}{14} = 66.$ $y = \frac{616}{14} = 44$

**Le doyen à 66 ans et le benjamin a 44 an**