MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

COLLÈGE ADVENTISTE BILINGUE DE KRIBI

2ème ÉVALUATION / TRIMESTRE 1 / 2025-2026
Classe : **Terminales D / TI**
Épreuve : **MATHÉMATIQUES**
Durée : **4 heures** / Coefficient :**4**

L'épreuve est étalée sur deux pages.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice ❶ — 5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. A, B et C sont trois points du plan d'affixes respectives $a=-3i$, $b=-2$ et $c=1+2i$.

On note par Δ le discriminant de l'équation $(E): z^2-(1-i)z+6-3i=0$ dans $\mathbb{C}$.

1) a) Vérifier que le nombre complexe $c-a$ est une racine carrée de Δ. 0,5 pt
   b) Résoudre l'équation (E). 0,75 pt
2) a) Démontrer que l'équation $(F): z^3+(1-i)z^2+(4-i)z+12+2i=0$ admet une racine réelle. 0,75 pt
   b) Résoudre alors l'équation (F). 0,75 pt
3) a) Démontrer que $\dfrac{c-b}{a-b}=i$ et en déduire la nature du triangle ABC. 0,75 pt
   b) Détermine l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un carré. 0,75 pt
   c) Montrer que A, B, C et D appartiennent à un même cercle de centre et rayon à préciser. 1 pt

Exercice ❷ — 5 points

Soit g la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x}+x$.

1) Démontrer que pour tout $t\in[1;4]$, on a : $\dfrac{5}{4}\leq f'(t)\leq\dfrac{3}{2}$. 0,5 pt
2) Soit $x\in[1;4]$.
   a) Montrer que $\dfrac{5}{4}(x-1)\leq f(x)-2\leq\dfrac{3}{2}(x-1)$. 0,5 pt
   b) Donner alors un encadrement de f par deux fonctions affines sur $[1;4]$. 0,5 pt
   c) Montrer que $|\sqrt{x}+x-6|\leq\dfrac{3}{2}|x-4|$. 0,5 pt
3) Soit g la fonction définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

   a) Détermine l'image par g de l'intervalle $[1;2]$. 0,25 pt
   b) Justifie que g est une bijection de $]-\infty;1]$ sur un intervalle $\mathscr{J}$ à préciser. 0,5 pt
   c) Quel est le nombre de solution(s) dans $\mathbb{R}$ de l'équation $g(x)=3$? 0,75 pt
5) Linéariser l'expression suivante : $E=\cos^2(2x)\sin^2(3x)$. 1 pt

Exercice ❸ — 5 points

Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{4x^2+x}+2x+1$ et $(\mathscr{C}_f)$ la courbe de f dans un repère orthonormé du plan.

1) a) Etudier la continuité de f sur son domaine de définition. 0,5 pt
   b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis calculer $f(x)$. 1 pt
2) a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}^+$ sur un intervalle J que lon déterminera. 0,5 pt

b) Etudier la dérivabilité et la continuité de f^{-1} sur J. 0,5 pt

3) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J. 0,5 pt

4) Montrer que léquation $f(x)=2$ admet dans $\mathbb{R}^+$ une solution unique α avec $\alpha \in \left]0;\dfrac{1}{2}\right[$. 0,5 pt

5) Etudier les branches infinies de $(\mathscr{C}_f)$, et tracer $(\mathscr{C}_f)$. 1,5 pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5 points)

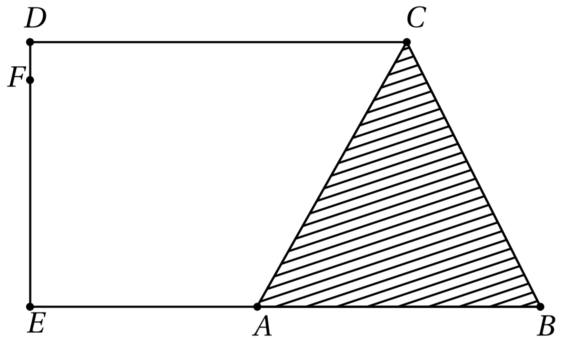
<u>Situation :</u>

Mayo est un exploitant forestier, il vient d'acquérir un terrain dont la forme est celle d'un trapèze rectangle $DCBE$. La parcelle ABC est une savane, la parcelle $CAED$ est une forêt. En décamètres, les distances AB et EF sont respectivement exprimées par les modules des nombres complexes a et b solutions de l'équation $z^2-\left(\dfrac{81}{2}+54i\right)z-315+1080i=0$ avec Re$(a)>$ Re(b). On donne $DF=5$ dam.

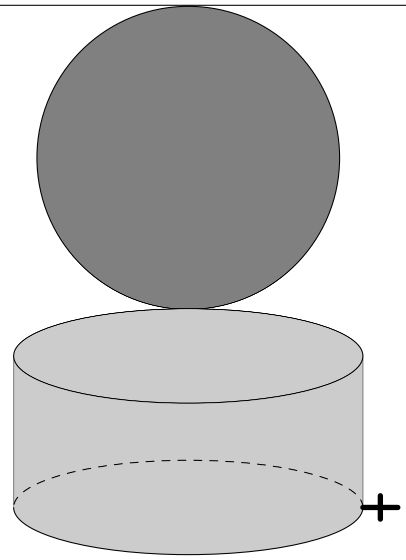
Sur la parcelle ABC, **Mayo** va cultiver du soja et vendre le moment venu, un kilogramme de soja à 600 francs cfa. Le rendement à l'hectare est estimé à 3 tonnes de soja.

Pour le stockage de la récolte de soja, **Mayo** opte pour la fabrication en tôle inox, d'un silo cylindrique de hauteur $\sqrt{5}$ m, muni d'un couvercle épousant parfaitement sa base. La base de ce silo dans un repère orthonormé du plan où l'unité est le mètre, est le domaine plan délimité par l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que $\dfrac{z-2+3i}{z-i}$ soit imaginaire pur avec $z=x+iy$. Le mètre carré de tôle inox coûte sur le marché $30\ 000$ francs cfa.

Sur la parcelle $CAED$ **Mayo** a répertorié 4000 arbres qui doivent être abattus, afin d'obtenir des grumes de bois à commercialiser. L'abattage de ces arbres se fera chaque jour à partir d'un jour j_0 jusqu'à ce que tous les 4000 arbres soient coupés. Le nombre total d'arbres coupés x jours après le jour j_0 devant être estimé à $\dfrac{3}{50}x^3+\dfrac{9}{5}x^2+4x$ avec $x\geq 1$. Chaque jour d'abattage coute $200\ 000$ francs cfa.



Parcelle $DCBE$



Silo

<u>Tâches</u>

1) Quel est le montant de la vente de toute la récolte de soja en une saison de culture ? 1,5 pt

2) Quel est le montant de l'achat de la tôle inox nécessaire à la fabrication du silo ? 1,5 pt

3) Quel est le coût de l'abattage des 4000 arbres ? 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt