Trimestre : 1 A/S : 2025-2026	Discipline	Examinateur	Classe	Date : 24/11/2025	Durée 4H00
Epreuve de Mathématiques -	Coefficient : 7	M. NCHARE. A	Tle C	Séquence 2	Évaluation N° :1

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 POINTS

Exercice 1 : 5,00 points

I. Soit f la fonction définie de $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ vers $[0;1]$ par $f(x) = sin^2 x$.

1. Demontrer que f admet une fonction reciproque f^{-1}. 0.5pt
2. Démontrer que f^{-1} est dérivable sur $]0;1]$ de fonction dérivée $x \longmapsto \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$. 0.75pt

II. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-6x+5} & si\ x \in]-\infty\,;1[\, \cup\,]5\,;+\infty[\\ f(x) = \sqrt{-x^2+6x-5} & si\ x \in]1\,;5[\\ f(1) = f(5) = 0 \end{cases}$

de courbe représentative $\left(C_f\right)$ dans un repère orthonormé.

1. Etudier la dérivabilité de f en 1 et en 5 puis donner une interprétation géométrique du résultat. 0.75pt
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau des variations. 1pt
3. Démontrer que les droites d'équations $y = x - 3$ et $y = -x + 3$ sont asymptotes à $\left(C_f\right)$. 0.5pt
4. Montrer que la droite d'équation $x = 3$ est un axe de symétrie pour $\left(C_f\right)$ puis tracer la courbe $\left(C_f\right)$. 0.75pt
5. Pour tout réel $x \in [1;5]$, on considère le point $M\left(x\,;f(x)\right)$. Soit $A(3;0)$.
   a) Montrer que $AM = 2$. 0.25pt
   b) Donner en la caractérisant, la nature de $\left(C_f\right)$ sur l'intervalle $[1;5]$. 0.5pt

Exercice 2 : 5,00 points

I. a et b désignent deux nombres entiers naturels non nuls tels que $a > b$. On désigne par d le $PGCD(a;b)$ et par m le $PPCM(a;b)$.

1. Montrer que si a et b sont premiers entre eux alors ab et $a - b$ le sont aussi. 0.5pt
2. Montrer que $d = PGCD(a - b; m)$. 0.75pt

II. a et b désignent deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 9 avec $a \neq 0$. On considère le nombre $N = a \times 10^3 + b$. On se propose de déterminer parmi ces entiers naturels N, ceux qui sont divisibles par 7.

1. Vérifier que $10^3 \equiv -1[7]$. 0.5pt
2. En déduire tous les entiers naturels N cherchés. 1pt

III. Dans l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$, on donne $F = \{(x;y;z) \in E/3x - 4y + 12z = 0\}$ et $G = \{(x;y;z) \in E/x - 2y + z = 0\ et\ 3x - y - 2z = 0\}$.

1. Montrer que F est un sous espace vectoriel de E et donner une base. 1pt
2. Montrer que G est une droite vectorielle dont on précisera une base. 0.75pt
3. F et G sont-ils deux sous espaces vectoriels supplémentaires ? Justifier. 0.5pt

<u>Exercice 3 :</u> 5,00 points

Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation $(E_2) : (\mathbf{z}-\mathbf{1})^{\mathbf{2}} - e^{2i\theta} = 0$ d'inconnue z avec θ est un paramètre réel de l'intervalle $[0; 2\pi[$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ (E_2). 0.5pt
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{U}; \vec{V}\right)$. Soient M et N deux points distincts d'affixes respectives $z_M = 1 + e^{i\theta}$ et $z_N = 1 - e^{i\theta}$.
   a) Montrer que lorsque θ décrit $[0; 2\pi[$, alors les points M et N décrivent un cercle (Γ) de centre $A(1.0)$ dont on déterminera le rayon. 0.5pt
   b) Montrer que la droite (MN) passe par le point A. 0.5pt
   c) Représenter M et N sur (Γ) pour $\theta = \frac{\pi}{3}$. 0.5pt
   d) Déterminer er représenter l'ensemble des points $P(z)$ tel que $arg(z - Z_A) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ 0.5pt
3. Pour tout entier naturel n tel que $n \geq 2$, on considère l'équation $(E_n) : (\mathbf{z}-\mathbf{1})^{\boldsymbol{n}} - e^{2i\theta} = 0$. d'inconnue complexe z avec θ est un paramètre réel de l'intervalle $[0; 2\pi[$.
   a) Déterminer la forme générale des nombres complexes z_k solution de (E_n), 0.5pt
   b) Montrer que $z_0 + z_1 + \cdots + z_n = n$. 0.5pt
   c) Montrer que les points M_k d'affixes z_k appartiennent au cercle (Γ). 0.25pt
4. On pose $S_n = M_0M_1 + M_1M_2 + \cdots + M_{n-1}M_n$.
   a) Montrer que $|M_{k-1} - M_k| = 2\sin\frac{\pi}{n}$. 0.5pt
   b) En déduire S_n puis montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 2\pi$ 0.75pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES 05 points

Pour la construction d'un bâtiment à usage commercial, un agent immobilier propose à monsieur FOKOU MARCELIN promoteur immobilier, un terrain au quartier SIMBOCK où le mètre carré selon la mercuriale coûte 30 000 FCFA. Apres vérifications, il décide d'acheter ce terrain. D'après les données topographiques, ce terrain est représenté dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \vec{\mathrm{u}}; \vec{\mathrm{v}})$ d'unité 1 dam par un rectangle. La longueur L et la largeur l sont tels que $l = |\mathrm{b} - \mathrm{c}|$ et $6l - 3\mathrm{L} = 0$ où 3, b et c sont des nombres complexes solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $\mathrm{z}^3 - (2-4i)\mathrm{z}^2 - (9-10i)\mathrm{z} + 18 + 6\mathrm{i} = 0$.

<u>Tâche 1 :</u> Déterminer les prix d'achat terrain. 1.5pt

Ne disposant pas d'assez d'argent pour l'achat de ce terrain, il propose à cet agent immobilier une partie d'argent en espèce. Le reste sera compensé par un autre terrain de forme rectangulaire qu'il a acquis dans la zone de BINGUELA où le coût du mètre carré selon la mercuriale est fixé à 3 000 FCFA. Les dimensions en mètre de ce terrain sont deux entiers naturels L et l tels que $PPCM(L; l) - 9PGCD(L; l) = 13$ et L un multiple de 10.

<u>Tâche 2 :</u> Déterminer la valeur marchande de ce terrain. 1.5pt

Il souhaite construire au rez-de-chaussée et à la mezzanine de ce bâtiment deux grandes salles de banquets A et B de même capacité d'accueil. Il propose que la salle A ne dispose uniquement que des tables de 17 chaises et la salle B des tables de 5 chaises. Ces salles devront avoir entre 300 et 400 places assises pour les convives. L'ingénieur en charge des travaux affirme qu'en optant pour ces dispositions, si les deux salles font le plein de convives, 9 dans la salle A et 3 dans la salle B n'auront pas de places assises.

<u>Tâche 3 :</u> Déterminer le nombre de places assises dans chacune de ces salles. 1.5pt

Présentation 0,5 pt