



NB : La clarté et la lisibilité de la copie seront prises en compte dans l'évaluation du candidat

Exercice 1 :

3,5 points

On donne le tableau de signes d'un polynôme Q du second degré. On pose

$$Q(x) = ax^2 + bx + c \text{ et on donne } Q(0) = -3.$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$P(x)$	-	0	+	0

1. Détermine le signe de a et celui de Δ 0,5 pt
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $Q(x) = 0$ et déduis la résolution de l'inéquation $Q(x) \leq 0$ 0,5 pt

3. Détermine la forme factorisée de $Q(x)$ 0,5 pt
4. Compare en justifiant $Q(2)$ et $Q(10^2)$ 0,5 pt
5. A l'aide du tableau de signes, détermine les réels a , b et c 0,75 pt
6. Ecris le trinôme $Q(x)$ sous la forme canonique 0,75 pt

Exercice 2 :

7,25 points

Sot le polynôme suivant : $P(x) = 2x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \frac{\sqrt{6}}{2}$

1. Calcule $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ 0,25 pt
2. Montre que P admet deux racines distinctes réelles 0,5 pt
3. Montre que $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ est une racine de P 0,5 pt
4. En utilisant la somme ou le produit des racines, trouve l'autre racine de P 0,5 pt
5. Dresse le tableau de signes de P puis étudie son signe 1 pt
6. Déduis dans \mathbb{R} , la résolution de l'inéquation $P(x) \geq 0$ 0,5 pt
7. On donne : $G(x) = x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 - 245$
 - a) Développe et réduis l'expression $G(x)$ 0,5 pt

- b) On suppose que la somme des carrés des trois entiers consécutifs est égale à 245, le plus petit de ces entiers est noté n . Démontre que n vérifie l'équation : $n^2 + 2n - 80 = 0$ 0,25 pt
- c) Détermine alors les trois entiers consécutifs 0,75 pt

8. On donne l'équation $E(x) : \sqrt{5 - x^2} = x^2 + 1$

- a) Montre que : $E(x) = x^4 + 3x^2 - 4$ 0,5 pt
- b) Résous dans \mathbb{R} , l'équation : $x^2 + 3x - 4 = 0$ 1 pt
- c) Déduis dans \mathbb{R} , la résolution de l'équation $E(x) = 0$ 1 pt

Exercice 3 :

5 points

1. Résous dans \mathbb{R}^2 , les systèmes d'équations suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} 3x - y = 5 \\ -x + y = 1 \end{cases}; \quad (S_2) : \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 10 \end{cases}; \quad (S_3) : \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases} \quad 1,5 \text{ pt}$$

2. a) Résous dans \mathbb{R}^3 , le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 130 \\ 5x + y + 4z = 210 \\ 4x + y + 2z = 140 \end{cases} \quad 0,75 \text{ pt}$$

b) Déduis dans \mathbb{R}^3 , la résolution du système :

$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + y^2 + 2\sqrt{z} = 130 \\ \frac{5}{x-1} + y^2 + 4\sqrt{z} = 210 \\ \frac{4}{x-1} + y^2 + 2\sqrt{z} = 140 \end{cases} \quad 0,75 \text{ pt}$$

3. Un tapissier fabrique des canapés, des chaises et des fauteuils. Il utilise trois types de matériels : des pièces de bois, de tapis et de mousse.

La production d'un canapé nécessite 3 pièces de bois, 5 pièces de tapis et 4 pièces de mousse.

La production d'une chaise nécessite 1 pièce de bois, 1 pièce de tapis et 1 pièce de mousse.

La production d'un fauteuil nécessite 2 pièces de bois, 4 pièces de tapis et 2 pièces de mousse.

La consommation journalière en matériel est 130 pièces de bois, de 210 pièces de tapis et 140 pièces de mousse. En vue d'une présentation de son nouveau produit, une entreprise désire meubler ses locaux en achetant la production journalière du tapissier. Cependant, elle dispose d'un budget de 480 000 francs. On souhaite savoir si l'entreprise pourra acquérir ces meubles. On désigne par x, y et z respectivement le nombre de canapés, de chaises et de fauteuils que fabrique le tapissier par jour.

- a) Montre que x, y et z vérifient le système de la question 2.a) 0,5 pt
- b) En déduire alors la production journalière du tapissier 0,75 pt
- c) Sachant qu'un canapé coutre 15000 francs, une chaise 2500 francs et un fauteuil 7000 francs. Dis si cette entreprise peut acheter ces meubles. 0,75 pt

Exercice 4 : 3,25 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) . Unité sur les axes 1 cm. On considère les points $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ et $B\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, on note (D) la droite d'équation $2x + y - 9 = 0$

1. Calcule la distance de B à la droite (D) 0,5 pt
2. Détermine un vecteur normal et un vecteur directeur de la droite (D) 0,5 pt
3. Soit (Γ) le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$
 - a) Détermine le centre et le rayon de (Γ) 1 pt
 - b) Vérifie que le point A appartient à (Γ) 0,25 pt
 - c) Donner une équation de la tangente au cercle (Γ) en A 1 pt

Exercice 5 :

1 point

Soient A et B deux points distincts.

1. Justifie qu'il existe un point G barycentre des points $(A, 3)$ et $(B, 2)$ 0,25 pt
2. Exprime \overrightarrow{AG} en fonction de \overrightarrow{AB} , puis place G 0,5 pt
3. Soit M un point du plan. Ecris en fonction de \overrightarrow{MG} , $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ 0,25 pt

« Jeune homme, réjouis-toi dans ta jeunesse, livre ton cœur à la joie pendant les jours de ta jeunesse, marche dans les voies de ton cœur et selon les regards de tes yeux ; mais sache que pour tout cela Dieu t'appellera en jugement ».

Examinateur : ETOU'OU AXEL DEUDONNE, PLETP - AGR