



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES
BACCALAUREAT BLANC N° 1 – DUREE : 3h – COEF : 05
DATE : 27/10/2024 ANNEE : 2025/2026

CLASSE : TLe D

Compétence : Nombres complexes, fonctions numériques et statistiques à double variables

Par M. CHEUMOU NOUMBOU DEGAULE

NB Le sujet comporte deux parties obligatoires sur 20 points. Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et de la cohérence dans les idées. Justifier toutes vos affirmations.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1 : 06pts

On considère la fonction numérique g à variable réelle x ; définie par : $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\sqrt{x^2 + 1}$; et on note (Cg) la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$:

1. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}; g'(x) = \frac{1}{3} + \frac{x}{3\sqrt{x^2+1}}$. 0.5pt
2. a) Étudier les variations de $g'(x)$. 0.5pt
- b) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}; 0 < g'(x) < \frac{2}{3}$. 0.5pt
3. Dresser le tableau de variations de g . 0.5pt
4. a) Étudier les branches infinies de la courbe (Cg) de g . 0.5pt
- b) Construire la courbe (Cg) de g dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. 1pt
5. On considère la suite (Un) définie par : $u_0 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $n \in \mathbb{N} \Rightarrow u_{n+1} = g(u_n)$
- a) Démontrer que l'équation $g(x) = x$ admet une solution unique $x_0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 0.5pt
- b) Démontrer en utilisant les inégalités des accroissements finis que : $\forall x \in \mathbb{R}, \left| u_{n+1} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right| \leq \frac{2}{3} \left| u_n - \frac{\sqrt{3}}{3} \right|$. 0.75pt
- c) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{N}, \left| u_n - \frac{\sqrt{3}}{3} \right| \leq \left(\frac{2}{3} \right)^n$. 1pt
- d) En déduire que (Un) tend vers $\frac{\sqrt{3}}{3}$ quand n tend vers $+\infty$. 0.25pt

EXERCICE 2 : 05pts

On définit la suite des nombres complexes (z_n) suivante :
$$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \frac{1}{3}z_n + \frac{2}{3}i, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Pour tout entier n , on considère la suite numérique (v_n) telle que : $v_n = z_n - i$:
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. 0.75pt
 - b) En déduire que l'on a : $v_n = (1 - i) \left(\frac{1}{3} \right)^n$. 0.5pt
 - c) Exprimer en fonction de n la partie réelle X_n et de la partie imaginaire Y_n du nombre complexe v_n . 1pt
 - d) Déterminer les limites des suites numériques X_n et Y_n . 1pt
 - e) En déduire la convergente de la suite (z_n) . 0.75pt
2. On considère le nombre complexe $z_k = (V_0)^k$; k est un entier naturel.
 - a) Déterminer le module de z_k . 0.5pt
 - b) En déduire le module de z_5 . 0.5pt

EXERCICE 3 : 04pts

Soit la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \sqrt{x^2 + 1}$.

Soit h la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $h(x) = 1 - x\sqrt{x^2 + 1}$.

- 1.a) Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} de $[0; +\infty[$ vers un intervalle I que l'on déterminera. 1pt

- b) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet dans $[0; +\infty[$ une solution unique α et que $0,78 < \alpha < 0,79$.
0.5pt
- c) En déduire le signe de $h(x)$.
0.5pt
- d) Déterminer le domaine de dérivabilité de h^{-1} .
0.5pt
- e) En déduire les limites au borne de définition dh^{-1} .
0.5pt
- f) Donner un programme de construction de la courbe (Ch^{-1}) par rapport à celle de (Ch) .
0.5pt
- g) Démontrer que et que $g(\alpha) = \frac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$.
0.5pt

PARTIE B : EVALUATIONS DES COMPETENCES 4.5 Points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. L'unité est le mètre. Mr DTSA a un jardin triangulaire dont un sommet est repéré par son affixe $2+3i$ et les deux autres sont solutions de l'équation complexe $z^2 + (2 + 3i)z - 2(1 - 2i) = 0$. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le mètre coute 1000FCFA.

Le terrain de madame DNG est un domaine ABCD où les sommets A,B et C ont pour affixes respectives $-1 + i$, $1 + 5i$ et $3 - i$. Le point D est l'image du point C par la similitude directe de centre B qui transforme A en C. Madame DND voudrait recouvrir son domaine de pavé d'aire $0.2m^2$ chacun. Chaque pavé étant vendu à 150FCFA.

Mr DTSA a regroupé dans un tableau la production moyenne y en tonne de son jardin en fonction du nombre d'années. Par calculs, il désire estimer la production en tonne de son jardin la 15e années si le couple (x, y) formé du rang de l'année de la production en tonne correspondante est solution de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés

Années (xi)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Production (yi)	3	4	5.1	6	7.5	8	9.4	10.5	11.5	13	6

TACHES

- 1- Aide Mr DTSA à estimer sa production la quinzième année et préciser si cette estimation est fiable. 1.5pt
- 2- Quelle est la dépense totale de doit effectuer Mme DND pour recouvrir son domaine. 1.5pt
- 3- Quelle est la dépense totale à effectuer par Mr DTSA pour entourer son jardin 1.5pt