

MINESEC	EVALUATION N°1	Année scolaire 2024/2025
LYCEE BILINGUE DE YAOUNDE	EPREUVE DES MATHÉMATIQUES Examineur M. DJOMENI	CLASSE: TLE D DURÉE : 3h COEF : 4

Compétence évaluée : résoudre un problème de sécurisation d'un espace à l'aide des propriétés algébriques des nombres complexes.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 : (4pts)

- calculer $(2 + i)^2$ 0.5pt
- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 2z - 2 - 4i = 0$. 1pt
- soit P le polynôme définie par : $P(z) = z^3 + 2(1 + i)z^2 - 2z + 4(2 - i)$, z étant un nombre complexe.
Montrer que P admet une racine imaginaire pure que l'on déterminera. 1pt
- Déterminer trois nombres complexes a, b et c tel que :
 $P(z) = (z + 2i)(az^2 + bz + c)$. 1.5pt
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0.5pt

Exercice 2 (5.5pts)

Soient x et y deux nombres réels tels que $x \leq y < 0$.

Considérons les nombres complexes $Z_1 = x - iy$ et $Z_2 = y + ix$

- Démontrer que $\frac{Z_1}{Z_2}$ et $\overline{Z_1} \times Z_2$ sont des imaginaires purs. 1.5pts
- Démontrer que $|Z_1 - \overline{Z_2}| = (y - x)\sqrt{2}$ 1pt
- Vérifier que $\overline{Z_1} + Z_2 = (x + y)(1 + i)$ 0.5pt
- Déterminer:
 - L'ensemble (D) des points $M(Z_1)$ tel que $Z_1 Z_2 \in \mathbb{R}$ 1pt
 - Le point $E(Z_1)$ tel que $|\overline{Z_1} + Z_2| = Z_1 Z_2$ 1.5pt

Exercice 3 (5.5pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x - 3$.

- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation 1.5pt
- Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que
 $2.10 < \alpha < 2.11$ 1.5pt
- Calculer les limites suivantes : 2.5pts
 - $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - 4}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1}$

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

M DJIN possède trois terrains dont il veut absolument clôturer. M DJIN décide d'acheter du fil barbelé ; le rouleau de 5m de ce fil est vendu à 3500F. Le premier terrain est formé de l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan complexe vérifiant $|z-4-3i| = 3$; le deuxième terrain quant à lui est de forme rectangulaire et dont les dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire, solution de l'équation $(1+2i)z - (1-i)\bar{z} = -3+8i$ où $\bar{z}$ est le conjugué de z . Le troisième terrain est formé de l'ensemble des points M du plan complexe tel que $\operatorname{Re}(Z) = 0$ avec $Z = \frac{z}{z+2i}$. Les distances dans tous les terrains sont exprimées en décamètre.

1. Quel est le montant à dépenser par M DJIN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le premier terrain. 1.5pt
2. Quel est le montant à dépenser par M DJIN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le deuxième terrain. 1.5pt
3. Quel est le montant à dépenser par M DJIN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le troisième terrain. 1.5pt

présentation 0.5pt