

COLLÈGE François-Xavier VOGT		Année scolaire 2022-2023
Département de Mathématiques	Contrôle N°1	SEPTEMBRE 2022
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : Première C	Durée : 3 heures	coefficient : 6

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)

EXERCICE 1: (06,75 points)

- 1) a) Montrer que $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$ 0,25pt
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation ci-dessous :
(E) $4x^2 + 2(1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ (I) $4x^2 + 2(1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} \leq 0$ 1,5pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
a) $(E_1): -14x + 13\sqrt{x} + 30 = 0$. 0,5pt
b) $(E_2): 2x^2 - |x| - 15 = 0$. 0,5pt
c) $(E_3): \sqrt{4 - x} \leq x - 2$ 0,75pt
- 3) On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - x - 3$
a) Montrer que $P\left(\frac{3}{2}\right) = 0$. 0,25pt
b) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$. 0,75pt
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. 0,75pt
d) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $\frac{2x^3 - x^2 - x - 3}{-x^2 + 9} \geq 0$ 1pt
- 4) Sans calculer, mais en justifiant votre réponse, préciser le signe de chacun des nombres : $P(\pi)$; et $P(-3^8)$. 0,5pt

EXERCICE 2 : (03,25 points)

On considère l'équation suivante : (E) : $x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 10x + 1 = 0$.

- 1) a) Justifier que 0 n'est pas solution de l'équation (E). 0,25pt
b) En déduire que l'équation (E) a les mêmes solutions que l'équation
(E') : $x^2 + 10x + 26 + \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$. 0,5pt
- 2) On pose $X = x + \frac{1}{x}$.
a) Montrer que $x^2 + \frac{1}{x^2} = X^2 - 2$. 0,5pt
b) Montrer que l'équation (E') est encore équivalent à (E'') : $X^2 + 10X + 24 = 0$. 0,5pt
c) Résoudre alors (E'') et en déduire toutes les solutions de (E). 1,5pt

EXERCICE 3 : (05 points)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes $(S_1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$ et $(S_2) \begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ x + y = 1 \end{cases}$. 1,5pt
- 2) On considère un polynôme P de degré 3 à coefficient réels tel que
 $\begin{cases} P(0) = 0 \\ P(x+1) - P(x) = x^2 \end{cases}$;
a) Calculer $P(1)$ et $P(-1)$. 0,5pt
b) En supposant que $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$; déterminer les réels a et b . 1pt

c) Dédurre de ce qui précède, l'expression en fonction de l'entier naturel n de la somme :

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + n^2. \quad 1\text{pt}$$

- 3) Soit m est un paramètre réel. On considère l'équation $(E_m): x^2 + 6x + 5 - 2m = 0$.
Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E_m) admet deux solutions négatives. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES (05 points)

Situation :

Monsieur BAWA possède une entreprise de vente d'ordinateur et certains de ses meilleurs client parmi lesquels monsieur KAM , bénéficie habituellement d'une réduction de $x\%$. Un jour de solde, M BAWA accorde à monsieur KAM une réduction supplémentaire de $y\%$ et monsieur KAM a acheté à 360.000 FCFA un ordinateur portable étiqueté 500.000 FCFA. Dans ses calculs, monsieur BAWA se rend compte la somme des réductions x et y ($x < y$) est égale à 30.

Monsieur ETONG, frère cadet de monsieur BAWA possède lui aussi un petit magasin de vente de jouet en bois. Il effectue à chaque fois son bilan mensuel. Au cours du mois d'octobre 2021 son chiffre d'affaire était de 200.000 FCFA. Au cours du mois de novembre 2021 , le chiffre d'affaire était en hausse de $t\%$. Au cours du mois de décembre 2021, en raison des fêtes de Noël, le chiffre d'affaire était en hausse de $(t + 10)\%$. Finalement après ses calculs, il constate que son chiffre d'affaire au mois de décembre était de 312. 000 FCFA.

Avec les bénéfices réalisés grâce à son entreprise, monsieur ETONG achète un terrain de de forme rectangulaire de superficie 360 m^2 et tel que si on augmente la longueur et la largeur de ce terrain de 6 mètres chacune, sa superficie devient alors 630 m^2 . Il souhaite entourer ce champ avec deux rangées de fils barbelés dont n metres coûtent 7 650 FCFA ; n étant solution de l'équation $4 + \sqrt{n - 2} = n$.

Tâches :

- 1) Déterminer la somme que devrait déboursier monsieur KAM pour l'achat de son ordinateur sans réduction supplémentaire $y\%$. **1,5pt**
- 2) Quel était le chiffre d'affaire de l'entreprise de monsieur ETONG au mois de novembre 2021 ? **1,5pt**
- 3) Quel montant faudra-t-il à monsieur ETONG pour clôturer son terrain ? **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**