

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)****Exercice 1 : (5 points)**

A) On considère les nombres : $A = \frac{1 + \frac{1-\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}}{(1-\frac{3}{5})(1+\frac{3}{5})} + \frac{3}{5}$ et $B = \frac{3^{2n+1} - 3^{2n}}{9^n + 9^{n+1}}$, où $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1pt

2. Ecrire plus simplement B.

0,75pt

B) Soient a et b deux nombres réels strictement positifs et distincts.

1. Montrer que $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$.

0,75pt

2. Montrer que $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = \frac{(a-b)^2}{ab}$.

0,75pt

C) x et y sont deux réels tels que $-5 < x < -3$ et $4 < y < 7$.

1. Déterminer un encadrement de $x - y$ et celui de xy .

1pt

2. Montrer que l'on a : $\frac{1}{5} < \frac{x-y}{xy} < 1$.

0,75pt

Exercice 2 : (5 points)

A) On donne les nombres $X = \frac{(4\sqrt{23}-13)(34+12\sqrt{19})+32}{3\sqrt{43}-21}$ et $Y = \frac{25000 \times 5^{-6} \times 0,0002 \times 10^5}{0,0005 \times 2^6 \times 10^{-2}}$

1. Donner la notation scientifique de Y.

0,5pt

2. En utilisant une calculatrice,

a. Donner la troncature d'ordre 4 de X.

0,5pt

b. Donner l'approximation décimale d'ordre 4 de X par défaut.

0,25pt

c. Donner l'arrondi d'ordre 5 de X.

0,25pt

B)1. Montrer que pour tous $x, y, z \in \mathbb{R}$ tels que $x + y + z = 0$, on a : $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$.

0,75pt

2. Montrer que pour tous $x, y > 0$, $\left(\frac{x+y}{2}\right)^3 \leq \frac{x^3+y^3}{2}$.

0,75pt

C) 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $|2x - 5| = 1$, b) $|7 - x| = -1$, c) $|-x + 2| \leq 1$.

1pt

2. a, b et c sont trois nombres réels positifs tels que $a \leq b + c$. On pose $Q = \frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} - \frac{c}{1+c}$.

a. Montrer que $Q = \frac{a-b-c-2bc-abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}$.

0,5pt

b. Montrer alors que $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}$.

0,5pt

Exercice 3 : (5 points)

A) ABC est un triangle isocèle en A tel que AB = 6cm et BC=4cm.

E et F sont des points du plan tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure. 1pt
3. Ecrire les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. 1pt
2. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. 0,5pt

B) Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soient les vecteurs $\vec{u} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\vec{i} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\vec{j}$, $\vec{w} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\vec{i} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\vec{j}$ et $\vec{r} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

1. Montrer que $\vec{u}$ est un vecteur unitaire 0,75pt
2. Montrer que le couple de vecteurs $(\vec{u}, \vec{w})$ est une base du plan. 0,75pt
3. a. Montrer que $\vec{i} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\vec{u} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\vec{w}$ et $\vec{j} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\vec{u} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\vec{w}$. 0,5pt
- b. En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{r}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{w})$. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Au lycée Classique de Dschang, parmi tous les élèves de 2^{nde} C, 80 sont choisis pour participer à un jeu télévisé. A la fin de la première journée, le quart des candidats est éliminé ; à la fin de la deuxième journée, les deux tiers de ceux qui restaient sont éliminés ; à la fin de la troisième journée, les trois cinquièmes de ceux qui restaient sont éliminés. La cellule d'organisation décide de donner 500frs à ceux qui ne sont pas éliminés après le premier tour et triplera le gain de chaque candidat s'il parvient à accéder au tour suivant et ceci jusqu'à la finale.

Le responsable du laboratoire, Mr ONANA reçoit d'un élève de 2^{nde} C un morceau de métal de volume $v = 21,5 \text{ cm}^3$ à 0,1 près qui pèse $m = 300g$ à 0,2 près. Afin de déterminer la nature du métal, il aimerait trouver une valeur approchée de la masse volumique du métal ainsi que son incertitude. (*masse volumique: $\rho = \frac{m}{v}$*).

Le proviseur du Lycée sollicite pour cette année scolaire les services d'une agence de distribution du service internet. L'ingénieur propose deux directions possibles : l'une portée par le vecteur $\vec{u} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ et l'autre par le vecteur $\vec{v} = \frac{3}{2}\vec{i} - 2\vec{j}$. Cependant, pour une bonne couverture internet en un lieu, le signal en ce lieu doit avoir la même direction que celle du serveur central qui est dirigé par le vecteur $\vec{w} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ avec le couple $(\vec{i}, \vec{j})$ qui est une base du plan.

Tâches

1. Quelle somme la cellule va-t-elle déboursier à la finale pour les candidats participants? 1,5pt
2. Quelle est la valeur approchée de la masse volumique du métal ainsi que son incertitude? 1,5pt
3. Quelle direction doit choisir le proviseur pour avoir une bonne connexion ? 1,5pt

Présentation : 0,5 pt

<< Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles >> SENEQUE .