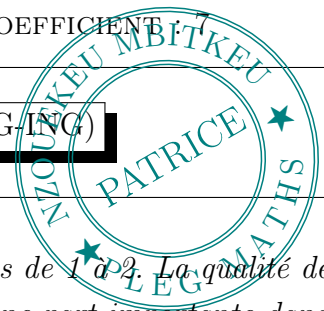


GROUPE CAUCHY - SCHWARZ
 DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
 EFFORT-TRAVAIL-SUCCÈS
 Email : pnzouekeu@gmail.com



ANNÉE SCOLAIRE : 2025 – 2026
 CLASSE : TERMINALE D
 DURÉE : 4 HEURES
 COEFFICIENT : 7

EXAMINATEUR : NZOUEKEU MBITKEU PATRICE (PLEG-ING)



L'épreuve comporte trois exercices et un problème sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES :

[15 points]

Exercice 1. (3 points)

Soit un polynôme P défini par $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$. On désigne par α un nombre complexe non nul.

1. Montrer que si α est solution de l'équation $P(z) = 0$, alors $P(\bar{\alpha}) = 0$ et $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$. [1 point]
2. Calculer $P(1 - i)$. [1 point]
3. En déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation $P(z) = 0$. [1 point]

Exercice 2. (4 points)

1. Calculer les modules des nombres complexes suivants : $z_1 = \frac{(1-i)^2}{(1+i)^3}$ et $z_2 = \frac{1+i}{\sqrt{3-i}}$. [1 point]
2. Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ le système $\begin{cases} (1+i)z - iz' = 2+i \\ (2+i)z + (2-i)z' = 7-4i \end{cases}$. [0,75 point]
3. On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(z) = -3iz^3 + (-3+3i)z^2 + (-12+24i)z - 84 - 12i$.
 - (a) Montrer que $P(z)$ admet une racine imaginaire pure z_0 que l'on déterminera. [0,5 point]
 - (b) Déterminer les nombres complexes a, b, c tels que $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$. [0,75 point]
 - (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. [0,5 point]
4. Déterminer l'ensemble des points M d'axe z tels que $f(z) = \frac{iz+2}{z+i}$ soit un réel. [0,5 point]

Exercice 3. (4 points)

Soit le polynôme $P(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12)$ où $z \in \mathbb{C}$.

1. Montrer que P admet une racine réelle à déterminer. [0,75 point]
2. Trouver les nombres complexes a, b, c tels que $P(z) = (z + 2)(az^2 + bz + c)$. [0,75 point]
3. Déterminer les racines carrées de $-5 - 12i$. [0,75 point]
4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (9i - 2)z - 6(i + 3) = 0$. [1 point]

5. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

[0,75 point]

Exercice 4. (4 points)

1. Soit le polynôme complexe définie par : $P(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + (10 + 6i)z - 8 - 16i$

(a) Montrer que P admet une racine imaginaire pure notée z_0 que l'on déterminera. [0,75 point]

(b) Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que : $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$. [0,75 point]

(c) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8 + 6i$. [0,75 point]

(d) Déterminer les racines de P et l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. [0,75 point]

2. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x)}{3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(2x)}{-5x}$$

[1 point]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES :

[4,5 points]

Situation :

M. KUATE est un homme politique qui prépare la campagne en vue des élections présidentielles du 12 octobre 2025. Pour cela, dans sa circonscription électorale, il organisera un grand meeting le 29 septembre 2025. A cet effet, il envisage construire une esplanade de forme triangulaire, dont les trois sommets sont les points $M(z(x; y))$ du plan tel que z soit solution de l'équation (E) : $(z - i)[z^2 - (1 + 3i)z - 2 + 2i] = 0$. (L'unité étant le décamètre). Il décide de mettre sur l'esplanade le tapis rouge, 7 m² de tapis rouge coûte 9500 FCFA. M. KUATE étant une élite de son village, a décidé d'emménager une route pour une circulation plus fluide des produits vivriers avant le 02 octobre 2025. Pour cela, il a fait appel à un technicien des routes. Le technicien affirme qu'après étude approfondie, que la trajectoire de la route sera l'ensemble des points $M(z)$ tel que $\frac{z-3}{iz+2}$ soit un nombre réel. M. KUATE possède une parcelle qu'il souhaite vendre. Ladite parcelle est formée par l'ensemble des points $M(z)$ tel que $|2iz - 4 + 3i| = 16$. L'unité étant le mètre, le mètre carré de terrain est vendu à 15.000 FCFA.

Tâches :

1. Déterminer la dépense faite par M. KUATE. [1,5 points]

2. Donner l'équation cartésienne de la trajectoire de la route à emménager. [1,5 points]

3. Quelle somme d'argent recevra de M. KUATE pour la vente de sa parcelle ? [1,5 points]

PRÉSENTATION :

[0,5 point]

GRILLE D'ÉVALUATION : (A NE PAS REMPLIR PAR LE CANDIDAT)

Tâches \ Critères	Production	C ₁ : Interprétation correcte de la situation	C ₂ : Utilisation correcte des ressources	C ₃ : Cohérence (Bon enchaînement, conclusion, unités,...)	Totaux
Tâche 1		0,5 point	0,5 point	0,5 point	1,5 point
Tâche 2		0,5 point	0,5 point	0,5 point	1,5 point
Tâche 3		0,5 point	0,5 point	0,5 point	1,5 point

«CE QUI EST AFFIRMÉ SANS PREUVE PEUT ÊTRE NIÉ SANS PREUVE.» EUCLIDE D'ALEXANDRIE