

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

A) Soient $a = \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$ et $b = 2\sqrt{5}(1 - \sqrt{5}) + 2\left(4 - \sqrt{\frac{5}{4}}\right)$.

1. Montre que $a = 2 + \sqrt{5}$ et $b = -2 + \sqrt{5}$. 1pt

2. (a) Montre que a et b sont inverses. 0,5pt

(b) Déduis-en $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. 0,5pt

(c) Calcule $a^{2025} \times b^{2025}$ et $a^{2025} \times (-b)^{2025}$. 0,5pt

B) Soit x et y deux réels tels que $1 < x < 3$ et $-7 < y < -1$.

1. Encadre $4 - x$; $2x - y$ et $xy + 1$. 1,25pt

2. Donne l'écriture simplifiée de $D = \sqrt{(4-x)^2} + \sqrt{(2x-y)^2} - |xy+1| - xy$. 0,5pt

C) 1. Calcule $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$. 0,5pt

2. Donne une écriture simple de $X = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$. 0,25pt

EXERCICE 2 : (5 points)

1. Écris sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles les ensembles suivants :

$A = \{x \in \mathbb{R} / |x-3| \leq 2\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} / -2 < 3x+4 \leq 5\}$; $C = \{x \in \mathbb{R} / |x+2| > 3\}$ 1,5pt

2. On considère les nombres réels suivants : $a = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \div \frac{15}{22}$; $b = \frac{13 \times 10^{21} \times (0,01)^2}{2 \times 10^{-2} \times (10^2)^{10}}$ et l'encadrement $2,15 \leq x \leq 2,18$.

(a) Montre en détaillant toutes les étapes de tes calculs que $a = b$. 1pt

(b) Détermine une valeur approchée de x en précisant son incertitude. 1pt

3. Montre que le nombre $P = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$ est un entier naturel. 1pt

4. Montre (en utilisant le raisonnement par l'absurde) que $\frac{1}{7}$ n'est pas un nombre décimal. 0,5pt

EXERCICE 3 : (5 points)

A) Soient a et b deux réels tels que $-1 \leq a \leq -\frac{1}{2}$ et $b \in [2;5]$.

1. Donne un encadrement de $a + b$. 0,5pt

2. Montre que $\frac{1}{9} \leq \frac{-a}{a+b} \leq 1$. 0,5pt

3. Range dans l'ordre croissant les réels : $\frac{-a}{a+b}$, $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{a+b}}$ et $\frac{a^2}{a^2 + b^2 + 2ab}$. 0,5pt

B) 1. Simplifie au maximum l'écriture des vecteurs suivants:

(a) $\vec{x} = \vec{CA} - \vec{BI} + \vec{RC} + \vec{SI} - \vec{RB}$; (b) $\vec{y} = \vec{AC} + 2\vec{CB} + \vec{BA}$

1pt

2. Développe et simplifie l'expression suivante : $\vec{u} - 2(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{1}{3}\vec{v}$.

0,5pt

3. XPS est un triangle équilatéral.

Construis les points M et N tels que $\vec{XM} = \vec{XP} + \vec{XS}$ et $\vec{XN} = 2\vec{XP} - \frac{1}{2}\vec{XS}$.

0,5pt

4. $ABCD$ est un parallélogramme.

(a) Construis les points E et F définis par : $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ et $\vec{DF} = -2\vec{DA}$.

0,5pt

(b) Montre que $\vec{FE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD}$ et que l'on a : $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AD}$.

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

M. ABENA a un terrain en forme de triangle rectangle. Il vient d'y semer du maïs. Pour empêcher les animaux de détruire ses cultures, il décide de clôturer son champ avec du fil barbelé. Pour ce faire, il consulte le plan du terrain qui indique que : les longueurs des côtés (en m) qui forment l'angle droit sont x et y et sont telles que $40,52m < y < 40,53m$ et $30,21m < x < 30,22m$. Chez le quincailler, le mètre linéaire de fil barbelé est vendu à 250 FCFA.

Pour les travaux de rénovation de sa maison, M. ABENA fait appel à un technicien (peintre). Le lundi, il en peint le quart, le mardi, il peint les $\frac{2}{5}$ de ce qu'il reste. Pendant les trois jours suivants, il décide de peindre $18m^2$ chaque jour pour terminer le travail avant le week-end.

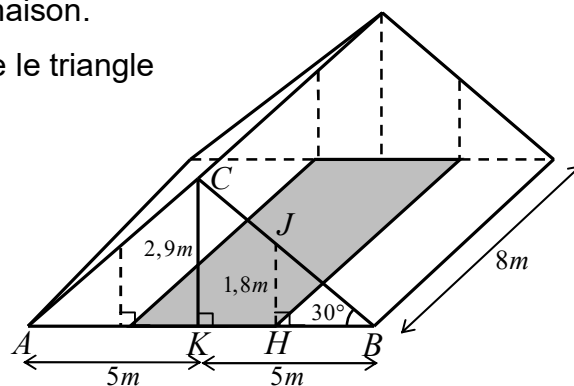
M. ABENA a aménagé un studio dans les combles de sa maison.

Ces combles ont la forme d'un prisme droit avec comme base le triangle

ABC isocèle en C . Il a pris quelques mesures, au cm près pour les longueurs et au degré près pour les angles. Il les a reportées sur le dessin ci-contre. Les prix de loyer autorisés dans son quartier sont au maximum de 2000 FCFA par m^2 .

Une surface est dite habitable si la hauteur sous plafond est de plus de $1,80m$: cela correspond à la partie grisée sur la figure.

M. ABENA souhaite fixer le prix du loyer à 60.000 FCFA.



Tâches :

1. Quelle somme minimale M. ABENA doit-il prévoir pour mettre le fil barbelé sur le troisième côté de son champ ?

1,5pt

2. Quelle était la surface totale à peindre par le technicien ?

1,5pt

3. M. ABENA peut-il louer son studio à ce prix ?

1,5pt

Présentation générale : 0,5pt