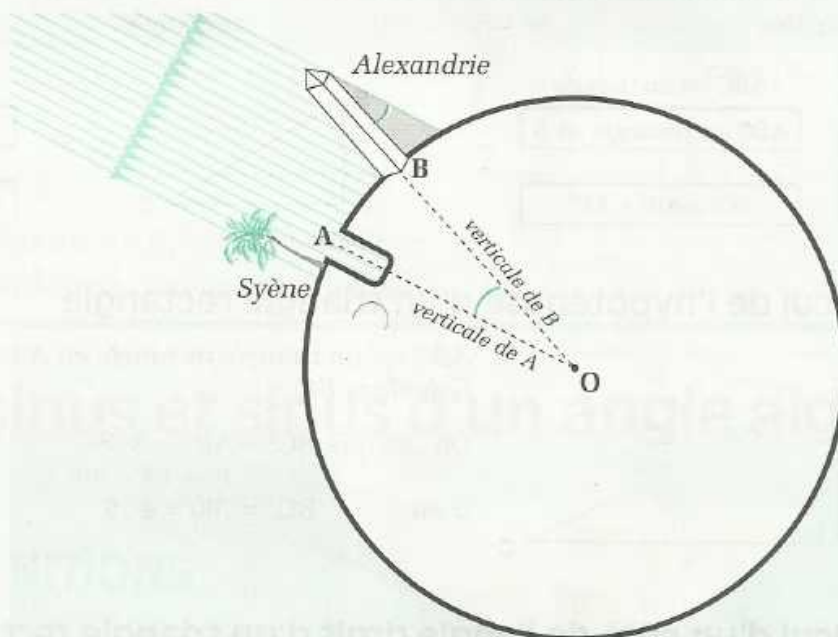


Triangle rectangle

Trigonométrie



Ératosthène (v. 284 - v. 192 av. J.-C.), mathématicien et astronome grec qui vivait à Alexandrie (Égypte), a utilisé la Trigonométrie ou « Art de mesurer les triangles » pour calculer approximativement le rayon de la Terre.

1	Propriété de Pythagore	22
2	Cosinus et sinus d'un angle aigu	23
3	Tangente d'un angle aigu	26
4	Utilisation de la trigonométrie	28

1

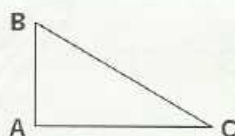
Propriété de Pythagore

1.1 PROPRIÉTÉS

PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE

- Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés

ABC est un triangle
 ABC est rectangle en A
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$



RÉCIPROQUE DE LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE

- Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

ABC est un triangle
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 ABC est rectangle en A

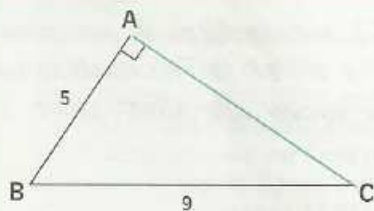
Calcul de l'hypoténuse d'un triangle rectangle



ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 4$ et $AC = 8$
 Calculons BC.

On sait que $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $= 16 + 64 = 80$
 D'où $BC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.

Calcul d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle



ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 5$ et $BC = 9$
 Calculons AC.

On sait que $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 Par conséquent $AC^2 = BC^2 - AB^2$
 $= 81 - 25 = 56$
 D'où $AC = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$.

EXERCICES



1.a

ABC est un triangle rectangle en A, tel que :

- $AB = 5$ et $AC = 7$; calcule BC
- $AB = 5$ et $BC = 10$; calcule AC.

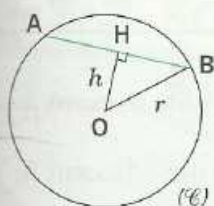
1.b

Quelle est la nature du triangle EFG dans chacun des cas suivants :

- $EF = 4$; $EG = 8$; $FG = 7$
- $EF = \sqrt{75}$; $EG = 5\sqrt{2}$; $FG = 5$

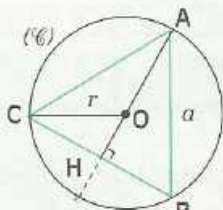
1.2 PROPRIÉTÉS DE PYTHAGORE ET CALCUL DE DISTANCES

Corde d'un cercle



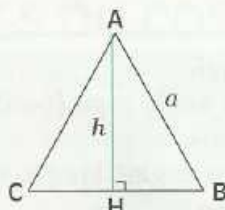
- Démontre que $AB = 2\sqrt{r^2 - h^2}$

Triangle équilatéral et cercle circonscrit



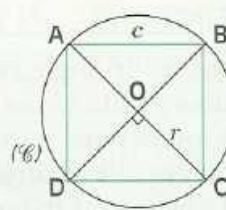
- Démontre que $a = r\sqrt{3}$

Hauteur d'un triangle équilatéral



- Démontre que $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Carré inscrit dans un cercle



- Démontre que $c = r\sqrt{2}$

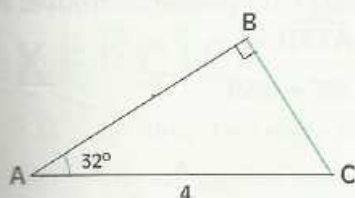
EXERCICE

- 1.c Calcule l'aire d'un triangle équilatéral de côté 4 cm.
Calcule le rayon du cercle circonscrit à ce triangle.

2 Cosinus et sinus d'un angle aigu

2.1 DÉFINITIONS

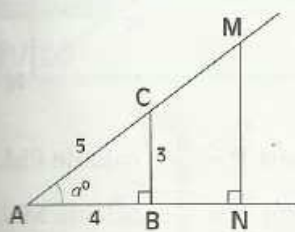
Activité 1



- Construis un triangle ABC rectangle en B tel que : $AC = 4$ et $\widehat{A} = 32^\circ$.
- Mesure la longueur de [BC]. Peux-tu calculer BC ?

L'objet de ce chapitre est de te donner les moyens d'effectuer ce calcul.

Activité 2



ABC est un triangle rectangle en B, tel que : $\widehat{A} = \alpha^\circ$.
On veut caractériser l'angle $\widehat{A}$ (ou sa mesure) par les côtés du triangle ABC.

- Calcule $\frac{AB}{AC}$ et $\frac{BC}{AC}$.
- M est un point de (AC) et N son projeté orthogonal sur (AB).
- Justifie que $\frac{AB}{AC} = \frac{AN}{AM}$ et $\frac{BC}{AC} = \frac{MN}{AM}$.

Les nombres $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{MN}{AC}$ gardent chacun une valeur constante pour tout point M de (AC).

Nous admettrons que ces nombres ne dépendent que de l'angle $\widehat{A}$.

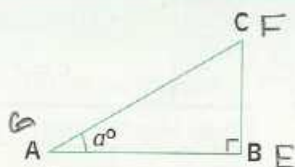
Le premier, égal à $\frac{AB}{AC}$ est le **cosinus** de l'angle $\widehat{A}$ ou de sa mesure α° . Il est noté $\cos \widehat{A}$ ou $\cos \alpha^\circ$.

Le second, égal à $\frac{BC}{AC}$ est le **sinus** de l'angle $\widehat{A}$ ou de sa mesure α° . Il est noté $\sin \widehat{A}$ ou $\sin \alpha^\circ$.

DÉFINITIONS

Dans un triangle rectangle,

- on appelle **sinus** d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse.
- on appelle **cosinus** d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.

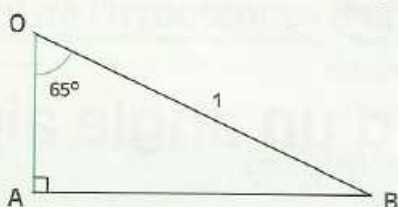


$$\cos \alpha^\circ = \cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{Côté adjacent à } \widehat{A}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\sin \alpha^\circ = \sin \widehat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{Côté opposé à } \widehat{A}}{\text{Hypoténuse}}$$

Déterminer graphiquement le sinus et le cosinus d'un angle aigu

L'unité de longueur est le dm. Les figures ci-dessous sont réalisées à l'échelle $\frac{1}{2}$

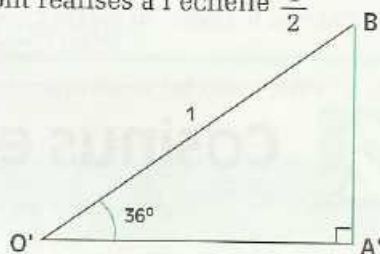


Le triangle OAB rectangle en A est tel que :
OB = 1 et $\widehat{AOB} = 65^\circ$

Donc : $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA}{OB} = OA$

La mesure du côté [OA] permet de trouver le cosinus de l'angle $\widehat{AOB}$:

$$\cos \widehat{AOB} = \cos 65^\circ \approx 0,42$$



Le triangle O'A'B' rectangle en A' est tel que :
O'B' = 1 et $\widehat{A'O'B'} = 36^\circ$

Donc : $\sin \widehat{A'O'B'} = \frac{A'B'}{O'B'} = A'B'$

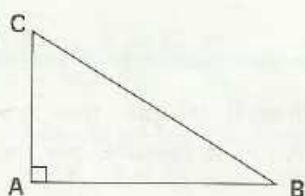
La mesure du côté [A'B'] permet de trouver le sinus de l'angle $\widehat{A'O'B'}$:

$$\sin \widehat{A'O'B'} = \sin 36^\circ \approx 0,59$$

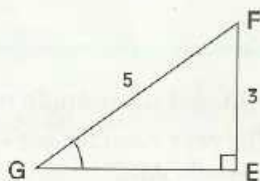
EXERCICES



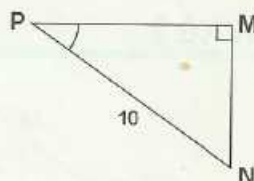
2.a



Exprime en fonction des côtés du triangle rectangle ABC :
 $\cos \widehat{B}$; $\sin \widehat{B}$; $\cos \widehat{C}$; $\sin \widehat{C}$



Calcule : $\cos \widehat{G}$ et $\cos \widehat{F}$
Calcule : $\sin \widehat{G}$ et $\sin \widehat{F}$



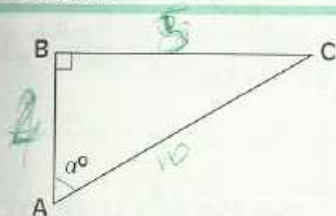
$\cos \widehat{P} = \frac{3}{5}$; calcule PM.
 $\sin \widehat{P} = \frac{4}{5}$; calcule MN.

- 2.b** Construis le triangle ABC rectangle en A, tel que : $\widehat{B} = 40^\circ$ et $AB = 10$.
L'unité de longueur est le centimètre. Détermine BC à l'aide d'un instrument.
Calcule BC, sachant que : $\cos 40^\circ = 0,766$

- 2.c** Détermine graphiquement $\sin 15^\circ$ et $\cos 75^\circ$.

2.2 SOMME DES CARRÉS DU COSINUS ET DU SINUS D'UN ANGLE

Activité



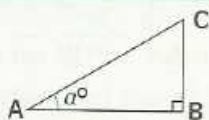
ABC est un triangle rectangle en B tel que : $\widehat{A} = \alpha^\circ$.
On a : $AB < AC$; $BC < AC$.

- Justifie que : $0 < \frac{AB}{AC} < 1$; $0 < \frac{BC}{AC} < 1$.
 - Calcule : $(\cos \alpha^\circ)^2 + (\sin \alpha^\circ)^2$.
- Notation : $(\cos \alpha^\circ)^2$ se note aussi $\cos^2 \alpha^\circ$.

PROPRIÉTÉS

Pour tout angle aigu de mesure α° , on a :

$$0 < \cos \alpha^\circ < 1 \quad ; \quad 0 < \sin \alpha^\circ < 1 \quad ; \quad \cos^2 \alpha^\circ + \sin^2 \alpha^\circ = 1$$



$$0 < \cos \widehat{A} < 1$$

$$0 < \sin \widehat{A} < 1$$

$$\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$$

Exemple de calcul du sinus ou du cosinus d'un angle

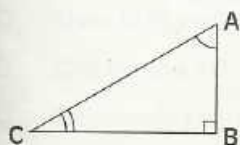
Le cosinus d'un angle aigu $\widehat{A}$ est égal à $\frac{3}{5}$. Calculons le sinus de cet angle.

On sait que $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$.

Par conséquent, $\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$; $\sin \widehat{A} = \frac{4}{5}$ (car $\sin \widehat{A} > 0$).

EXERCICE

- 2.d** Le sinus d'un angle aigu $\widehat{A}$ est égal à $\frac{1}{3}$. Calcule le cosinus de cet angle.
Le cosinus d'un angle aigu $\widehat{B}$ est égal à $\frac{2}{5}$. Calcule le sinus de cet angle.



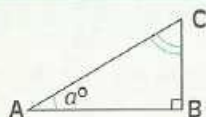
ABC est un triangle rectangle en B.
Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont donc complémentaires.
Compare : $\cos \widehat{A}$ et $\sin \widehat{C}$; $\sin \widehat{A}$ et $\cos \widehat{C}$.

2.3 COSINUS ET SINUS D'ANGLES COMPLÉMENTAIRES

Activité

PROPRIÉTÉ

Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.



$$\cos(90^\circ - a^\circ) = \sin a^\circ$$

$$\sin(90^\circ - a^\circ) = \cos a^\circ$$

$$\cos \widehat{C} = \sin \widehat{A}$$

$$\sin \widehat{C} = \cos \widehat{A}$$

EXERCICES

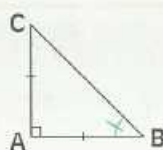


2.e ABC est un triangle rectangle en A. Calcule $\sin \widehat{B}$, $\sin \widehat{C}$ et $\cos \widehat{C}$, sachant que : $\cos \widehat{B} = 0,1$.

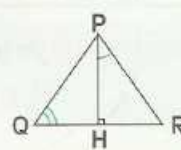
2.f Calcule $\sin 50^\circ$ et $\cos 76^\circ$, sachant que : $\cos 40^\circ \approx 0,643$; $\sin 14^\circ \approx 0,242$.

2.4 COSINUS ET SINUS D'ANGLES PARTICULIERS

a°	30°	45°	60°
$\sin$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$



ABC est isocèle rectangle en A.

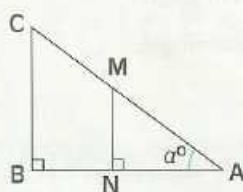


PQR est équilatéral.

Ces triangles permettent d'obtenir les cosinus et sinus de 30° , 45° et 60° .

3 Tangente d'un angle aigu

Définition et propriété de la tangente d'un angle aigu



ABC est un triangle rectangle en B, tel que $\widehat{A} = a^\circ$.
M est un point de (AC) et N son projeté orthogonal sur (AB).

• Justifie que : $\frac{BC}{AB} = \frac{MN}{AN}$.

$\frac{MN}{AN}$ garde une valeur constante pour tout point M de (AC).

Nous admettons que ce nombre ne dépend que de l'angle $\widehat{A}$.

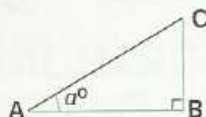
Ce nombre qui est égal à $\frac{BC}{AB}$ est la **tangente** de l'angle $\widehat{A}$ ou de sa mesure a° .

Il est noté $\tan \widehat{A}$ ou $\tan a^\circ$.

• Justifie que : $\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$

DÉFINITION

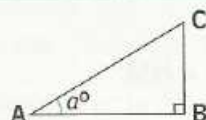
Dans un triangle rectangle, on appelle *tangente* d'un angle aigu (ou de sa mesure) le quotient du côté opposé à cet angle par le côté adjacent.



$$\tan a^\circ = \tan \widehat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{Côté opposé à } \widehat{A}}{\text{Côté adjacent à } \widehat{A}}$$

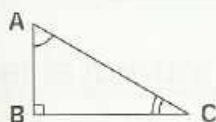
PROPRIÉTÉ

La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus de cet angle par son cosinus.



$$\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} ; \tan \widehat{A} = \tan a^\circ = \frac{\sin a^\circ}{\cos a^\circ}$$

Tangentes d'angles complémentaires



ABC est un triangle rectangle en B.

Calcule $\tan \widehat{A} \times \tan \widehat{C}$

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle rectangle, les tangentes des deux angles complémentaires sont inverses l'une de l'autre.

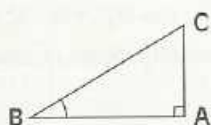


$$\tan a^\circ \times \tan (90 - a)^\circ = 1$$

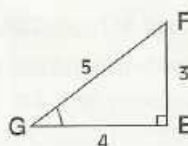
$$\tan \widehat{B} \times \tan \widehat{C} = 1$$

EXERCICES

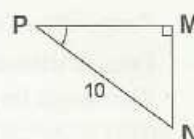
3.a



Exprime en fonction des côtés du triangle rectangle ABC : $\tan \widehat{B}$ et $\tan \widehat{C}$



Calcule : $\tan \widehat{G}$ et $\tan \widehat{F}$



$\tan \widehat{P} = 0,750$;
calcule MN

3.b

Dans le triangle ABC, rectangle en B, calcule $\tan \widehat{A}$ et $\tan \widehat{C}$ sachant que : $\tan \widehat{A} = \frac{3}{5}$.

3.c

Calcule $\tan 45^\circ$, $\tan 30^\circ$ et $\tan 60^\circ$.

3.d

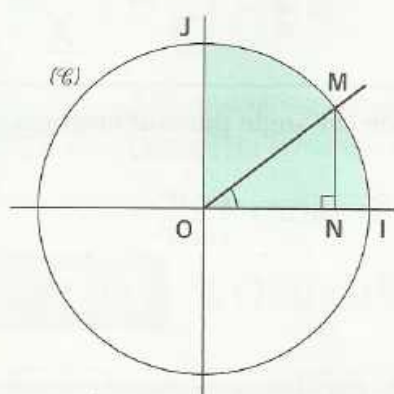
Détermine graphiquement $\tan 25^\circ$.

4

Utilisation de la trigonométrie

4.1

UTILISATION D'UN REPÈRE ORTHONORMÉ



(O, I, J) est un repère orthonormé.

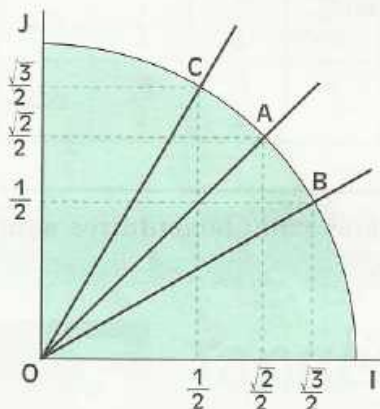
$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de rayon 1.

$$\cos \widehat{IOM} = \frac{ON}{OM} = ON.$$

$$\sin \widehat{IOM} = \frac{NM}{OM} = NM.$$

$$\cos \widehat{IOM} = \text{abscisse de M}$$

$$\sin \widehat{IOM} = \text{ordonnée de M}$$



On peut lire directement dans le plan, certaines informations concernant le cosinus et le sinus.

- Les cosinus des angles aigus et les mesures de ces angles sont rangés dans des ordres contraires.
- Les sinus des angles aigus et les mesures de ces angles sont rangés dans le même ordre.

EXERCICES

4.a Range dans l'ordre croissant : $\sin 15^\circ$, $\cos 20^\circ$, $\sin 35^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\sin 65^\circ$ et $\sin 80^\circ$.

4.b Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) , donne une méthode de construction d'un angle de côté $[OI]$ et de mesure 30° , 60° ou 45° .

4.2

UTILISATION D'UNE TABLE TRIGONOMETRIQUE

Il existe des tables, appelées tables trigonométriques, qui donnent les arrondis d'ordre 3 de $\cos a^\circ$ et $\sin a^\circ$ pour chaque nombre entier a de l'intervalle $[0;90]$.

Lire le cosinus ou le sinus d'angles aigus

Degrés	Sin	Cos	
0	0,000	1	90
1	0,017	0,999	89
2	0,035	0,999	88
3	0,052	0,998	87
...	...	...	...
20	0,342	0,939	70
...	...	...	...
32	0,530	0,848	58
...	...	...	...
44	0,694	0,719	46
45	0,707	0,707	45
	Cos	Sin	Degrés

Lire sin 20° (0° < 20° < 45°)

Dans la table, la valeur 20 se trouve dans la colonne marquée degrés, en haut. Le sinus est lu sur la même ligne, dans la colonne marquée sin, en haut.

On lit pour sin 20° : 0,342 et on écrit $\sin 20^\circ = 0,342$

• Trouve dans la table sin 43° et cos 35°.

Lire sin 58° (45° < 58° < 90°)

Dans la table, la valeur 58 se trouve dans la colonne marquée degrés, en bas. Le sinus est lu sur la même ligne, dans la colonne marquée sin, en bas.

On lit pour sin 58° : 0,848 et on écrit $\sin 58^\circ = 0,848$

• Trouve dans la table sin 80° et cos 71°.

58° et 32° sont complémentaires. Le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre. Dans une table trigonométrique, ils figurent sur la même ligne.

Trouver la mesure d'un angle, connaissant son sinus ou son cosinus.

Degrés	Sin	Cos	
0	0,000	1,000	90
1	0,017	1,000	89
2	0,035	0,999	88
...	...	...	...
31	0,515	0,857	59
...	...	...	...
44	0,695	0,695	46
45	0,707	0,707	45
	Cos	Sin	Degrés

La valeur donnée se trouve dans la table.

On donne : $\cos \hat{A} = 0,515$

• Recherchons une valeur approchée de mes $\hat{A}$

On retrouve dans la table la valeur 0,515 dans une colonne où cos se trouve marqué au bas de la table ; la valeur correspondante se lit donc dans la colonne marquée degrés en bas.

0,515 est l'arrondi d'ordre 3 de cos 59°.

Donc mes $\hat{A} \approx 59^\circ$

La valeur ne se trouve pas dans la table.

On donne : $\sin \hat{B} = 0,758$

• Recherchons un encadrement de mes $\hat{B}$

0,758 ne se trouve pas dans la table.

On peut l'encadrer par les nombres 0,755 et 0,766 qui sont dans la table.

On a : $0,755 < \sin \hat{B} < 0,766$

Comme les sinus d'angles aigus et les mesures de ces angles sont rangés dans le même ordre.

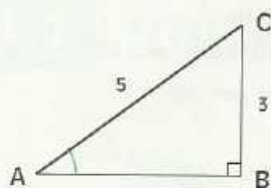
On a : $49^\circ < \sin \hat{B} < 50^\circ$

En pratique, dans un calcul, on choisira indifféremment 49° ou 50°, comme valeur approchée de la mesure de $\hat{B}$.

Degrés	Sin	Cos	
0	0,000	1,000	90
1	0,017	1,000	89
2	0,035	0,999	88
3	0,052	0,998	87
...	...	...	...
40	0,642	0,766	50
41	0,656	0,755	49
...	...	...	...
44	0,695	0,719	46
45	0,707	0,707	45
	Cos	Sin	Degrés

4.3 CALCULS DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Trouver un encadrement de la mesure d'un angle aigu.



ABC est un triangle rectangle en B tel que : $BC = 3$ et $AC = 5$.
Recherchons un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

On a : $\sin \widehat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6$

Dans la table : $\sin 36^\circ < 0,6 < \sin 37^\circ$

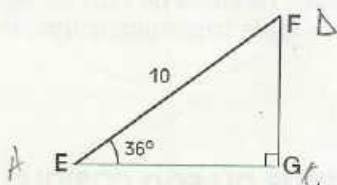
Donc : $36^\circ < \text{mes } \widehat{A} < 37^\circ$

On choisira 36° ou 37° , comme valeur approchée de $\text{mes } \widehat{A}$.

Trouver une valeur approchée de la mesure d'un côté

16C

EFG est un triangle rectangle en G tel que : $EF = 10$ et $\text{mes } \widehat{E} = 36^\circ$.
Recherchons une valeur approchée de EG .



Par définition, $\cos \widehat{FEG} = \frac{EG}{EF}$; $\cos 36^\circ = \frac{EG}{10}$

Donc : $EG = 10 \times \cos 36^\circ$.

Or $\cos 36^\circ \approx 0,809$;

par conséquent $EG \approx 8,09$

EXERCICES

4.c ABC est un triangle rectangle en A , tel que : $AB = 30$ et $\text{mes } \widehat{B} = 27^\circ$.
Trouve une valeur approchée de BC et CA .

4.d EFG est un triangle rectangle en E tel que : $FG = 16$ et $EG = 10$.
Trouve un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{F}$.

Utilisation de la calculatrice

Régler la calculatrice sur la position « Degré » (les choix sont : Degré, Radian, ou Grade)
Pour calculer $\sin 25^\circ$, entrer :

2 5 sin

AFFICHAGE

0,422618261

Pour trouver la mesure de l'angle dont le cosinus est égal à 0,927, entrer :

0 . 9 2 7 inv cos

22,281335

Pour calculer $\tan 56^\circ$, entrer :

5 6 tan

1,482560969

Pour trouver $\text{mes } \widehat{R}$ sachant que $\tan \widehat{R} = 1,428$, entrer :

1 . 4 2 8 inv tan

54,99720992

Complète le tableau suivant en utilisant la calculatrice.

α°	6	10		47			72			89
$\cos \alpha^\circ$								0,242		
$\sin \alpha^\circ$					0,5					
$\tan \alpha^\circ$			0,488			1,732			11,430	



EXERCICES

ENTRAÎNEMENT

1 PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE

1 L'unité de longueur est le centimètre.

On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

ABCD est un carré.

Dans chacun des cas ci-dessous, calcule AC ; calcule ensuite l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de AC.

1^{er} cas : AB = 5 ; 2^e cas : AB = 4

2 L'unité de longueur est le centimètre.

ABCD est un carré tel que : AC = $6\sqrt{2}$.

Calcule la longueur du côté de ce carré.

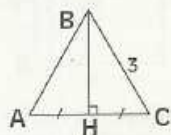
3 ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm.

1) Calcule BH.

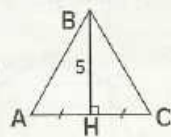
2) On donne :

$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

Calcule l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de BH.



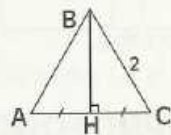
4 ABC est un triangle équilatéral de hauteur 5 cm. Calcule la longueur du côté de ce triangle.



5 ABC est un triangle équilatéral de côté 2 cm.

1) Calcule BH.

2) Énonce un programme de construction d'un segment [MP] tel que $MP = \sqrt{3}$.



6 ACE est un triangle équilatéral.

Le point D est le projeté orthogonal du sommet A sur la droite (CE).

a) Construis un point B tel que le triangle ABD soit équilatéral.

b) Compare les aires des triangles ACE et ABD.

7 (C) est le cercle de centre O et de rayon 4 cm. [AB] est une corde de (C) de 3 cm.

Calcule la distance de O à cette corde.

2 SINUS ET COSINUS D'UN ANGLE AIGU

8 ABC est un triangle rectangle en B tel que : AC = 7,5 et $\widehat{BC} = 4,5$.

Calcule $\sin \widehat{A}$.

9 ABC est un triangle rectangle en A tel que : AC = 10,8 et $\widehat{BC} = 13,5$.

Calcule $\cos \widehat{C}$.

10 L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

AC = 32,5, $\sin \widehat{A} = \frac{5}{13}$ et $\cos \widehat{A} = \frac{12}{13}$.

Calcule AB et BC.

11 Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

$\sin \widehat{A} = \frac{2}{3}$.

Calcule $\cos \widehat{A}$.

12 Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

$\cos \widehat{A} = \frac{9}{41}$.

Calcule $\sin \widehat{A}$.

13 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en B tel que :

$\widehat{A} = 30^\circ$ et AB = 2.

Calcule AC et BC.

14 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en B tel que :

$\widehat{A} = 60^\circ$ et AC = 2.

Calcule BC et AB.

15 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que :

AB = 2 et BC = 1,5.

Calcule $\cos \widehat{C}$.

3 TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

16 ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 7,5 et AC = 12,5.

Calcule $\tan \widehat{C}$.

17 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en B tel que :



EXERCICES

$\tan \hat{A} = \frac{4}{3}$ et $BC = 2$.

Calcule AB et AC .

- 18 L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B tel que :

mes $\hat{A} = 60^\circ$ et $BC = 12$.

Calcule AB et AC .

- 19 ABC est un triangle rectangle en B tel que : $\tan \hat{C} = \sqrt{2} - 1$.

Calcule $\tan \hat{A}$.

- 20 ABC est un triangle rectangle en B .

Calcule $\tan \hat{A}$ lorsque :

1) $\sin \hat{A} = \frac{1}{3}$ et $\cos \hat{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2) $\sin \hat{C} = \frac{3}{5}$ et $\cos \hat{C} = \frac{4}{5}$.

4 UTILISATION DE LA TRIGONOMETRIE

- 21 Trouve dans la table :

1) $\sin 21^\circ$, $\cos 37^\circ$ et $\tan 44^\circ$.

2) $\sin 85^\circ$, $\cos 63^\circ$ et $\tan 77^\circ$.

22 $\sin \hat{A} = 0,799$; $\cos \hat{B} = 0,946$

et $\tan \hat{C} = 1,111$.

En utilisant la table, trouve une valeur approchée de la mesure de chacun des angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$.

23 $\sin \hat{A} = 0,832$; $\cos \hat{B} = 0,954$;
 $\tan \hat{C} = 1,350$; $\sin \hat{D} = 0,44$; $\cos \hat{E} = 0,345$
 et $\tan \hat{F} = 0,710$.

En utilisant la table, trouve un encadrement d'amplitude 1° de la mesure de chacun des angles $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$, $\hat{E}$ et $\hat{F}$.

24 On donne $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

1) Trouve l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$, de $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

2) Trouve un encadrement de a et de b sachant que $\cos a^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ et $\cos b^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

- 25 Utilise une calculatrice pour compléter le tableau ci-dessous.

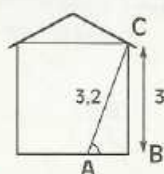
Dans les cases de la première ligne du tableau,

tu écriras des valeurs approchées entières pour les mesures des angles.

Dans les autres cases, tu écriras des arrondis d'ordre 3.

a°	7°	21°			
$\sin a^\circ$				0,951	
$\cos a^\circ$			0,574		
$\tan a^\circ$					0,675

- 26 En attendant les ouvriers et pour soutenir le plafond de son salon, M. Houegbe cale une poutre en dessous de celui-ci (en C sur la figure). Cette poutre a une longueur de 3,2 m. Son point de contact C avec le plafond est à 3 m du sol.

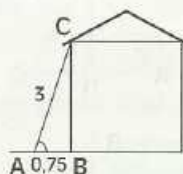


1) Calcule la mesure de l'angle formé par la poutre et le sol.

2) Calcule la distance AB du pied de la poutre au mur du salon.

- 27 Pour travailler sur son toit, M. Tapchom pose une échelle de 3 m contre le mur extérieur de sa maison.

Le pied de l'échelle est à 0,75 m du mur.



1) Calcule la mesure de l'angle formé par l'échelle et le sol.

2) Calcule la distance BC du pied du mur au point de contact de l'échelle avec ce mur.

APPROFONDISSEMENT

- 28 $MNPQ$ est un carré.

a) Construis un carré qui a pour aire le double de l'aire de $MNPQ$.

b) Construis un carré qui a pour aire le triple de l'aire de $MNPQ$.

- 29 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que :

$AB = 5$, mes $\hat{A} = 45^\circ$ et mes $\hat{C} = 30^\circ$.

Le point H est le projeté orthogonal du sommet B sur la droite (AC) .

Calcule AH , BH , BC , HC et AC .

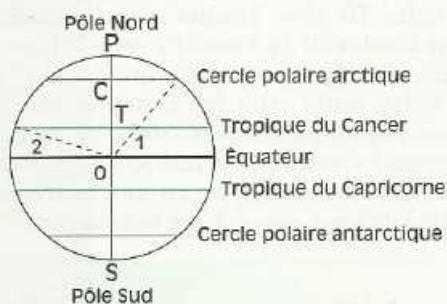


EXERCICES

30 L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle équilatéral de hauteur [AH] tel que : $AB - AH = \sqrt{3}$.
Calcule l'aire de ce triangle équilatéral.

31 Le pare-brise d'une voiture est balayé par deux essuie-glaces de longueur 25 cm. Ces deux essuie-glaces sont articulés autour de deux points A et B distants de 25 cm. Chacun d'eux balaie ainsi un demi-disque.
Fais une figure.
Donne l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de l'aire ainsi balayée. ($\pi \approx 3,14$)

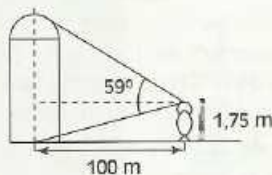
32 L'unité de longueur est le km.
Le cercle (C) de centre O représente la Terre.
Le rayon de la Terre est d'environ 6 400 km.
Les cercles polaires sont situés entre 66° et 67° Nord et entre 66° et 67° Sud.
Les tropiques sont situés entre 23° et 24° Nord et entre 23° et 24° Sud.



Donne un encadrement :

- 1) de la mesure de chacun des angles $\widehat{O_1}$ et $\widehat{O_2}$.
- 2) de OT, TC et CP.
- 3) du périmètre de chacun des cercles suivants :
 - Cercle Polaire Arctique;
 - Tropique du Capricorne.

33 M^{lle} Mangui, en visite à YAMOUSSOUKRO, est étonnée par la hauteur de la basilique Notre Dame de la Paix.



À 100 mètres du centre de la basilique, elle la voit sous un angle de 59° . Sachant que la taille de M^{lle} Mangui est 1,75 m, calcule la hauteur de la basilique

34 Pour faciliter l'écoulement des eaux usées de sa maison d'habitation, M. Soma demande à l'entrepreneur de poser une canalisation cylindrique de façon à ce que l'inclinaison de celle-ci soit de 15 cm tous les 2 mètres.

Fais un croquis.

Calcule la mesure de l'angle formé par cette canalisation et l'horizontale.

35 ABC est un triangle rectangle en A.
Sans utiliser de calculatrice, ni de table, calcule $\tan \widehat{B}$ dans chacun des cas suivants :

1) $\cos \widehat{B} = 0,6$ 2) $\sin \widehat{B} = \frac{8}{17}$

Dans les exercices 36, 37 et 38, lorsqu'on parle d'angle de la route avec l'horizontale, il s'agit de celui du croquis ci-contre.



36 Pour avertir les automobilistes et surtout les conducteurs de poids lourds, la Sécurité Routière place habituellement des panneaux lorsque la route est à forte pente.



En supposant que la route soit rectiligne, une pente de 6% indique au conducteur qu'il est descendu de 6 mètres après un parcours de 100 m. Calcule l'angle de la route avec l'horizontale pour chacun des panneaux donnés ci-dessus.

37 Un chemin rectiligne fait un angle de 15° avec l'horizontale. De quelle altitude est-on monté après avoir parcouru 2,5 km sur ce chemin ?

38 Une route rectiligne a une pente de 17%.

1) Calcule la mesure de l'angle de cette route avec l'horizontale.

2) De quelle altitude montera un automobiliste après avoir parcouru 200 m sur cette route ?

39 Le filet de M. Ali Gator s'est accroché au fond du marigot. Pour le libérer, Ali le tire verticalement : le filet émerge de 50 cm, mais ne se décroche pas. Ali se déplace de 2 m et tire obliquement : toujours sans se décrocher, le filet affleure à la surface de l'eau.



EXERCICES

Avant de plonger pour décrocher son filet, Ali voudrait savoir la profondeur du marigot. Peux-tu l'aider ?

RECHERCHE

40 Abdou dit : « Il y a une piste rectiligne qui traverse mon village. Le long de cette piste, on rencontre successivement : l'école, 100 mètres plus loin la case du chef, et 300 mètres plus loin le puits du village. La case de mes parents est située à l'arrière de la case du chef ; sa distance au puits est égale au double de sa distance à la case du chef. »

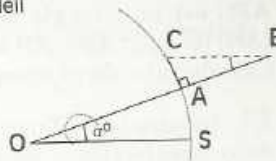
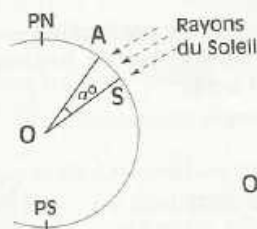


- 1) Fais une figure à l'échelle 1/50 sur laquelle tu assimileras une maison à un point.
- 2) Par une étude expérimentale, vérifie que la distance AE est constante.
Donne une valeur approchée de AE.
- 3) Calcule la distance AE.
(Tu pourras utiliser une position particulière du point A.)

41 Mensah est au bord de l'Océan et regarde la ligne d'horizon.

- 1) À quelle distance des yeux de Mensah se trouve cette ligne d'horizon sachant que les yeux de Mensah sont à 1,70 m du sol ?
- 2) À quelle distance des yeux de Mensah se trouve cette ligne d'horizon s'il se place au sommet d'une colline d'altitude 100 m ?
Le rayon de la Terre est d'environ 6 400 km.

42 Le périmètre de la Terre par Ératosthène
Ératosthène (III^e siècle avant J.C.), bibliothécaire à la bibliothèque d'Alexandrie, était aussi mathématicien. Il remarqua qu'à midi, le jour du solstice d'été (21 juin), lorsque le Soleil culminait au zénith dans la ville de Syène (aujourd'hui Assouan), les puits de la ville étaient éclairés jusqu'au fond et les obélisques n'avaient pas d'ombre; alors qu'à Alexandrie, située sur le même méridien mais plus au nord, et au même moment, les obélisques avaient une ombre.
Pour un obélisque de 12 m, il mesura 1,5 m.



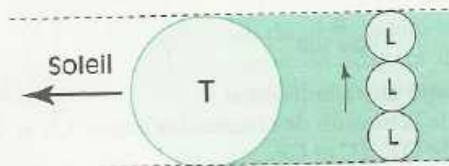
Il calcula alors la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Puis en utilisant des relevés topographiques trouvés dans la bibliothèque, il estima la distance Alexandrie - Syène à 785 km et calcula le périmètre de la Terre.

- 1) Compare la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AOS}$.
- 2) Trouve le périmètre de la Terre qu'Eratosthène calcula à son époque.

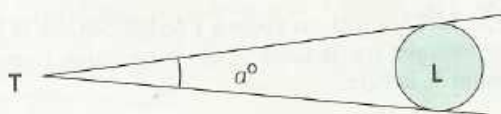
43 Distance Terre-Lune par Aristarque

Aristarque de Samos (III^e siècle avant J.C.) pensait que le Soleil, très éloigné de la Terre, éclairait un hémisphère terrestre de sorte que l'ombre portée par la Terre avait la forme d'un cylindre. De plus, lorsque la Lune pénétrait dans l'ombre de la Terre il y avait éclipse de Lune, on ne la voyait donc plus.

En outre, après avoir fait certaines observations, Aristarque avait constaté que la Lune paraissait « avancer » d'une longueur correspondant à son diamètre en une heure (une éclipse de Lune dure environ trois heures).



- 1) Calcule le rapport $\frac{\text{rayon de la Lune}}{\text{rayon de la Terre}}$.



- 2) a) Calcule la mesure α° de l'angle sous lequel la Lune est vue de la Terre, sachant que la durée d'une lunaison est d'environ 30 jours.
- b) Calcule la distance de la Terre à la Lune en fonction du rayon r de la Terre.
Calcule cette distance pour $r = 6\,400$ (en km).