

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2025-2026
Département de Mathématiques	Contrôle du 20-09-2025	Situation 1
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : PC et PCE	Durée : 2H45min	coefficient : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

(15 points)

EXERCICE 1 : (05,00 points)

- 1) On considère le polynôme P défini par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.
Déterminer une condition sur a, b et c pour que :
- a) P admette deux racines opposées. 0,5pt
 - b) P admette deux racines dont l'une est l'inverse de l'autre. 0,5pt
 - c) P admettent deux racines α et β tels que : $|\alpha - \beta| = 1$. Préciser les deux racines dans le cas $a = c$. 1pt
- 2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : a) $x^2 + x - 6 = 0$; b) $x^2 + x - 2 = 0$. 1pt
- b) On considère le polynôme R défini par $R(x) = (x^2 + x + 1)^2 - 10(x^2 + x + 1) + 21$.
- i) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $R(x) = 0$. 1,5pt
 - ii) En déduire l'ensemble solution dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation $R(x) > 0$. 0,5pt

EXERCICE 2 : (05,00 points)

- 1) Soient a, b et c trois nombres réels non nul. On suppose que l'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $ax^2 + bx + c > 0$ est $S =]1; 2[$.
- a) Montrer que $b = -3a$ et $c = 2a$. 0,5pt
 - b) En déduire que l'inéquation $cx^2 + bx + a < 0$ est équivalente à $2x^2 - 3x + 1 > 0$. 0,25pt
 - c) Déterminer alors l'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $cx^2 + bx + a < 0$. 0,75pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) et l'inéquation (I) ci-dessous :
- (E): $9x^4 - 82x^2 + 9 = 0$ et (I): $\sqrt{7 - 3x} \leq x - 1$. 2pts
- 3) Un train se dirige vers un tunnel à vitesse constante. Une vache, située à 5 mètres du milieu du tunnel, entend le train lorsque celui-ci se situe à 3 km de l'entrée du tunnel. Quelle que soit sa direction, la vache arrive au bout du tunnel au même instant que le train. On désigne par x la moitié de la longueur du tunnel.
- a) En supposant que la vache se trouve dans la première moitié du tunnel (la plus proche du train), montrer que x est solution de l'équation $x^2 - 5x - 15000 = 0$. 0,75pt
 - b) En déduire la longueur (en mètre) du tunnel. 0,75pt

EXERCICE 3 : (05,00 points)

- 1) On considère le polynôme K défini par : $K(x) = x^3 - 84x + 288$.
- a) Montrer que 6 est une racine du polynôme K . 0,25pt
 - b) Déterminer les réels a, b et c tels que $K(x) = (x - 6)(ax^2 + bx + c)$. 0,75pt
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $K(x) = 0$. 0,75pt
- 2) On considère le système (F): $\begin{cases} x^2 + y^2 = 28 \\ x^3 + y^3 = 144 \end{cases}$. On pose $S = x + y$ et $P = xy$.
- a) Exprimer $x^2 + y^2$ et $x^3 + y^3$ en fonction de S et P . 0,75pt

b) Montrer à partir du système (F) que S est une racine du polynôme K .

1pt

c) Déterminer les solutions du système (F) pour $S > 5$.

1,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

(05 points)

Situation :

Pour la réalisation du projet de construction d'une villa sur son terrain, John place une somme de 8 640 000 FCFA dans une banque à un taux d'intérêt annuel composé. Le gestionnaire lui dit que cette somme produira en deux ans une somme de 795 096 FCFA et son projet pourra être ainsi réalisé. Seulement, John, pour son projet a besoin d'une somme totale de 9 037 500 FCFA et se demande s'il ne peut pas avoir cette somme au bout d'un an de placement dans cette banque.

Chaque fin d'année, John quitte la ville de Douala où il réside, pour se rendre dans son village à 225 km avec son véhicule et toujours à vitesse constante. La route reliant Douala à son village est rectiligne et lors de son voyage, il ne fait aucun arrêt. En fin d'année 2024, John a voyagé pour le village et est arrivée 15 minutes plutôt que d'habitude après avoir augmenté sa vitesse habituelle de 10 km/h dès le départ de Douala. À son arrivé, il constate qu'il a égaré la caisse à outils de sa voiture et contacte immédiatement un soudeur pour qu'il lui fabrique une caisse ayant les mêmes dimensions que la précédente. Il se rappelle que sa caisse avait la forme d'un pavé droit de volume 900 cm^3 , d'aire totale 1072 cm^2 et dont la longueur totale des arêtes vaut 180 cm. Il ne se rappelle plus de la longueur de chaque arête. Le soudeur cherche à déterminer la longueur de ces arêtes pour réaliser le travail.

Tâches :

- 1) Déterminer la vitesse que John à utiliser pour se rendre au village en fin d'année 2023. **1,5pt**
- 2) John pourra-t-il réaliser son projet après un an de placement dans la banque ? **1,5pt**
- 3) Aide le soudeur à déterminer les dimensions de la caisse à outils de John. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt