



**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)**

**EXERCICE 1 : 5 POINTS**

A. Démontrer par récurrence que :

a)  $\forall n \in \mathbb{N}, 10^{6n+2} + 10^{3n+1} + 1$  est un multiple de 111. 1pt

b)  $\forall n \in \mathbb{N}, 5^n \geq 1 + 4n$ . 1pt

B. On désigne par :  $P$  « les chiens aboient » et  $Q$  « la caravane passe », deux propositions.

1a) Traduire en langage propositionnel chacune des propositions suivantes. 1 pt

- 1<sup>ère</sup> proposition : « Si la caravane passe, alors les chiens aboient ».
- 2<sup>ème</sup> proposition : « Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas ».

1b) Ecrire la contraposée de la proposition suivante :

« Si les chiens n'aboient pas alors la caravane passe ». 0,5 pt

2. Par un raisonnement direct, montrer que si  $a$  et  $b \in Q$  alors  $a+b \in Q$ . 0,75pt

3. En considérant deux propositions  $A$  et  $B$ , à l'aide d'une table de vérité montrer que  $\overline{A \Rightarrow B} \Leftrightarrow A \wedge \overline{B}$ . 0,75pt

**EXERCICE 2 : 5 POINTS**

Soit un entier naturel  $n$ . On pose  $A_n = 2^{2^n} + 1$ .

1. Calculer  $A_0, A_1, A_2$  et  $A_3$ . 1pt

2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , démontrer que  $A_{n+1} = (A_n - 1)^2 + 1$ . 1,25pt

3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , démontrer que  $A_n = 2 + \prod_{k=0}^{n-1} A_k$ . 1,25pt

4. Pour  $k \geq 1$ , on pose  $A_{n+k} = 2^{2^{n+k}} + 1$  et  $a = 2^{2^n}$ .

4a) Montrer que  $\frac{A_{n+k} - 2}{A_n} = \frac{a^2 - 1}{a + 1}$ . 1pt

4b) En déduire que  $A_n$  divise  $A_{n+k} - 2$ . 0,5pt

**EXERCICE 3 : 5 POINTS**

1. Déterminer les couples  $(x; y)$  d'entiers naturels tels que  $x^2 + 4 = y^2 + 25$ . 1pt

2. Dans la division euclidienne de  $a$  par  $b$ , le quotient est 4 et le reste est  $r$ .

Déterminer les nombres  $a$ ,  $b$  et  $r$  tels que  $a + b + r = 79$ . 1pt

3. Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que  $\frac{2n-4}{n+2}$  est un entier naturel. 1pt
4. Un nombre s'écrit  $xyzx$  en base 11 et  $yyxz$  en base 7.  
Déterminer ce nombre et donner son écriture en base 10. 1pt
5. Dans un système de base  $b$  inconnue, deux nombres s'écrivent 302 et 402.  
Dans le système de base 9, le produit de ces deux nombres s'écrit 75583.  
Déterminer la valeur de  $b$ . 1pt

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (05 POINTS)

### Situation

Monsieur ESSO possède un terrain de forme carrée qu'il voudrait agrandir de façon à obtenir un terrain rectangulaire. Pour cela, il souhaite ajouter 18 m sur un côté et 3m sur l'autre. Il souhaite également que la longueur de son nouveau terrain rectangulaire soit un multiple de la largeur. Mais il n'a aucune idée à propos des dimensions de ce nouveau terrain.

Sur ce nouveau terrain rectangulaire, il décide de se lancer dans l'élevage des chèvres. Au départ il possède  $n$  chèvres ( $n \in \mathbb{N}$ ). Son voisin ESSOLA cherche à connaître ce nombre de chèvres. Monsieur ESSO lui dit alors que, mon nombre de chèvres est égal à  $\overline{300}^a$  ou  $\overline{33}^b$ ,  $a$  et  $b$  étant des entiers naturels.

Monsieur ESSO est également propriétaire d'une boutique de vente de produits phytosanitaires. Chaque fin de journée, pour calculer le montant total des produits vendus, il applique la formule  $S_n = \sum_{k=1}^n k(k+1)$ ;  $n$  étant le nombre de produit vendus. Sa

femme lui dit qu'il devrait plutôt appliquer la formule  $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ .

Monsieur ESSO aimerait d'abord avoir la preuve que cette formule est juste avant de l'appliquer.

### Taches

1. Quelles sont les dimensions du nouveau terrain de Monsieur ESSO ? 1,5pt
2. Combien de chèvres Monsieur ESSO élève t - il ? 1,5pt
3. Prouver à Monsieur ESSO que la formule proposée par sa femme est juste. 1,5pt

Présentation : 0,5 pt