



L'épreuve est constituée de deux parties indépendantes A et B.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Cette partie est constituée de trois exercices indépendants.

Exercice 1 (5points)

- 1- En utilisant la méthode du pivot de Gauss déterminer le triplet de nombres réels (x, y, z) solution du système

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ -x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 8 \end{cases}$$

1,5pt

- 2- On considère $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$

a) Montrer que pour tout x dans \mathbb{R} , $p(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$.

0,75pt

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $p(x) = 0$

0,75pt

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 17(\ln x) + 30 = 0$.

1pt

d) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2e^{6x} - 3e^{4x} - 17e^{2x} + 30 = 0$.

1pt

Exercice 2 (4 points)

Une entreprise camerounaise veut lancer sur le marché un nouveau logiciel de gestion. Elle demande à un cabinet de réaliser une étude sur :

- Le prix x_i en euros d'une unité de logiciel
- La demande y_i en centaines d'unités de logiciel dans le pays.

Cette étude a été réalisée dans 6 pays africains convenablement choisis parmi lesquels se trouve le Cameroun. Voici les résultats :

x_i	50	55	60	70	85	100
y_i	327	315	300	271	255	200

- 1) Trouver les coordonnées du point moyen G.

1pt

- 2) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite de Mayer est : $y = -2,4x + 446$.

1,5pt

- 3) En utilisant l'équation précédente, donner une estimation du prix unitaire pour une demande de 400 centaines d'unités dans un pays.

0,5pt

- 4) On choisit au hasard deux pays parmi les six pour représenter l'Afrique à Bruxelles lors d'une conférence sur la gestion des politiques économiques.

Calculer la probabilité que le Cameroun soit compté parmi les deux pays choisis.

1pt





Exercice 3 (6 points)

Soit f une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie sur $D =]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$. On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J). Unité sur les axes : 1 cm.

- 1) a) Montrer que pour tout $x \in D$, $f(x) = \frac{1}{x}(1 + x \ln x)$, puis en déduire la limite de f à droite de 0. 0,5pt
- b) Calculer la limite de f en $+\infty$. 0,25pt
- 2) Montrer que (C) admet une asymptote verticale que l'on précisera 0,25pt
- 3) a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ 0,75pt
- b) Dresser le tableau des variations de f 0,75pt
- 4) Calculer $f(0,25)$, $f(0,5)$, $f(2)$ et $f(3)$. 1pt
- 5) Construire (C) et son asymptote. 1,5pt
- 6) a) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = (x + 1) \ln x - x$, Calculer $h'(x)$. 0,5pt
- b) En déduire les primitives de f sur $]0; +\infty[$. 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation

Une entreprise a prévu dépenser une somme de 7 500 000 FCFA pour payer ses employés à la fin de la réalisation d'un projet. Cette somme devra être partagée équitablement aux employés. À la fin du projet, l'entreprise constate que seuls les deux tiers des employés présents au début ont réellement travaillé. Chaque employé ayant travaillé voit alors sa part augmentée de 250 000 FCFA.

Monsieur Abel, employé ayant travaillé dans cette entreprise aimerait placer une partie de son salaire dans une banque dont il a oublié le taux d'intérêt annuel. Un gestionnaire de comptes de cette banque lui explique que, s'il plaçait 500 000 FCFA dans un compte bloqué, il retirerait 583 200 FCFA au bout de 2 ans (intérêts composés).

Monsieur Abel possède par ailleurs un champ rectangulaire d'aire $9\,600 \text{ m}^2$, dont la longueur dépasse la largeur de 40 m. il entoure ce champ d'un grillage qu'il achète à 1 000 000 FCFA.

TÂCHES

- 1) Déterminer le montant reçu par chaque ouvrier à la fin des travaux. 1,5pt
- 2) Déterminer le taux d'intérêt de la banque. 1,5pt
- 3) Déterminer le prix du mètre de grillage utilisé. 1,5pt

Présentation :

0,5pt



PROPOSITION DE CORRIGE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15 POINTS

REFERENCES ET SOLUTIONS

Exercice 1 : (05 points)	Barèmes	Commentaires
<p>1. En utilisant la méthode du pivot de Gauss déterminons le triplet de nombre réels $(x; y; z)$ solution du système</p> $\begin{cases} x + y + z = 15 \\ -x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 8 \end{cases}$ <p> $\begin{cases} x + y + z = 15 \text{ (E1)} \\ -x - y + 2z = 0 \text{ (E2)} \\ 2x + y - z = 8 \text{ (E3)} \end{cases}$ Fixons $x + y + z = 15$ (E1) comme l'équation du pivot de Gauss $(E1) + (E2)$ on a $z + 2z = 15 \Rightarrow 3z = 15 \Rightarrow z = 5$ (E'2) $2 \times (E1) - (E3)$ on obtient $y + 3z = 22$ (E'3) En remplaçant z par valeur dans (E'3) on obtient $y + 3(5) = 22 \Rightarrow y + 15 = 22$ $\Rightarrow y = 22 - 15 \Rightarrow y = 7$ En remplaçant y et z par leur valeur dans (E1) on obtient : $x + 7 + 5 = 15 \Rightarrow x + 12 = 15$ $\Rightarrow x = 15 - 12 \Rightarrow x = 3$ D'où $S_{\mathbb{R}^3} = \{(3; 7; 5)\}$ </p>	1,5pt	-0,5pt pour chaque valeur
<p>2. On considère $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$</p> <p>a) Montrons que pour tout x dans \mathbb{R}, $p(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$</p> $\begin{aligned} (x - 2)(2x^2 + x - 15) &= 2x^3 + x^2 - 15x - 4x^2 - 2x + 30 \\ &= 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30 \\ &= p(x) \end{aligned}$ <p>D'où pour tout x dans \mathbb{R}, $p(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$</p>	0,75pt	-0,25pt pour chaque ligne
<p>b) Résolvons dans \mathbb{R} l'équation : $p(x) = 0$.</p> $p(x) = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x^2 + x - 15) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } 2x^2 + x - 15 = 0 \Rightarrow x = 2$ <p>On a $2x^2 + x - 15 = 0$</p> $\Delta = (1)^2 - 4(2)(-15) = 121 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$	0,75pt	<p>NB : Acceptez tous autres méthodes logiques</p> <p>-0,25pt pour $x = 2$</p>

$x_1 = \frac{-1-11}{4} = -3; x_2 = \frac{-1+11}{4} = \frac{5}{2}$ <p>Donc $S_{\mathbb{R}} = \left\{2; -3; \frac{5}{2}\right\}$</p> <p>c) Résolvons dans \mathbb{R} l'équation : $2(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 17(\ln x) + 30 = 0$. En posant $\ln x = X$ on obtient $2X^3 - 3X^2 - 17X + 30 = 0$. D'après la question 2-b) on a $X = 2; X = -3$ et $X = \frac{5}{2}$ Ainsi $\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2; \ln x = -3 \Rightarrow x = e^{-3}; \ln x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = e^{\frac{5}{2}}$</p> <p>d) $\ln\left(\frac{5}{2}\right)$ Résolvons dans \mathbb{R} l'équation : $2e^{6x} - 3e^{4x} - 17e^{2x} + 30 = 0$. $2e^{6x} - 3e^{4x} - 17e^{2x} + 30 = 0 \Rightarrow 2(e^{2x})^3 - 3(e^{2x})^2 - 17e^{2x} + 30 = 0$ En posant $e^{2x} = X$ on obtient $2X^3 - 3X^2 - 17X + 30 = 0$ D'après la question 2-b) on a $X = 2; X = -3$ et $X = \frac{5}{2}$ Ainsi $e^{2x} = X \Rightarrow 2x = \ln 2 \Rightarrow x = \frac{\ln 2}{2}; e^{2x} = X \Rightarrow e^{2x} = -3$ (Impossible); $e^{2x} = X \Rightarrow e^{2x} = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow 2x = \ln\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{2}$</p> <p>Donc $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{2}\right\}$</p>	<p>1pt</p> <p>1pt</p>	<p>-0,25pt pour $x_1 = -3$ -0,25pt pour $x_2 = \frac{5}{2}$</p> <p>-0,25pt pour le changement de variable - 0,25pt pour chaque valeur de x</p> <p>-0,25pt pour $2e^{6x} - 3e^{4x} - 17e^{2x} + 30 = 0$ $\Rightarrow 2(e^{2x})^3 - 3(e^{2x})^2 - 17e^{2x} + 30 = 0$ -0,25pt pour le changement de variable -0,25pt pour chaque valeur de x</p>
<p>Exercice 2 : (04points)</p> <p>1) Trouvons les coordonnées de G point moyen.</p> $\bar{x} = \frac{50 + 55 + 60 + 70 + 85 + 100}{6} = 70$ $\bar{y} = \frac{327 + 315 + 300 + 271 + 255 + 200}{6} = 278$ <p>D'où $G(70; 278)$</p> <p>2) Montrons qu'une équation cartésienne de la droite de Mayer est : $y = -2,4x + 446$. Déterminons les coordonnées des points $G_1(x_1; y_1)$ et $G_2(x_2; y_2)$ $x_1 = \frac{50+55+60}{3} = 55; y_1 = \frac{327+315+300}{3} = 314$ donc $G_1(55; 314)$</p>	<p>1pt</p> <p>1,5pt</p>	<p>-0,5pt pour la valeur de \bar{x} -0,5pt pour la valeur de \bar{y}</p> <p>-1pt pour le calcul des coordonnées des points G_1 et G_2 -0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat</p>

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$$

b) Calculons la limite de f en $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

2) Montrons que (C) admet une asymptote verticale que l'on précisera.

D'après la question 1-a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ donc l'équation $x = 0$ est l'asymptote verticale à (C).

3-a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, calculons $f'(x)$ et vérifions que $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$

$$\text{Pour tout } x \text{ de }]0; +\infty[, f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$$

$$\text{Vérifions que Pour tout } x \text{ de }]0; +\infty[, f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$$

$$\text{Pour tout } x \text{ de }]0; +\infty[, f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$$

$$\text{D'où Pour tout } x \text{ de }]0; +\infty[, f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$$

b) Dressons le tableau des variations de f .

En posant $f'(x) = 0$ on obtient $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	\searrow 1 \nearrow	$+\infty$

4) Calculons $f(0,25)$, $f(0,5)$, $f(2)$ et $f(3)$.

$$f(0,25) = \frac{1}{0,25} + \ln(0,25) \approx 2,6, f(0,5) = \frac{1}{0,5} + \ln(0,5) \approx 1,3, f(2) = \frac{1}{2} + \ln(2) \approx 1,2 \text{ et}$$

0,25pt

-0,25pt pour le calcul de la limite

0,25pt

-0,25pt pour l'enchaînement menant au résultat

0,75pt

-0,25pt pour le calcul de la dérivée
-0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat

0,75pt

-0,25pt pour la valeur de $x = 1$
-0,5pt pour l'enchaînement menant au tableau des variations de f

1pt

-0,25pt pour chaque calcul

$$f(3) = \frac{1}{3} + \ln(3) \approx 1,4$$

5) Construisons (C) et son asymptote.



6-a) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = (x + 1)\ln x - x$, calculons $h'(x)$.

Pour tout x de $]0; +\infty[$, $h'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x + 1) - 1 = \ln x + 1 + \frac{1}{x} - 1 = \ln x + \frac{1}{x}$

D'où Pour tout x de $]0; +\infty[$, $h'(x) = \ln x + \frac{1}{x}$

b) Déduisons-en les primitives de f sur $]0; +\infty[$.

D'après la question 6-a) $h'(x) = f(x)$

Donc les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont : $h(x) = (x + 1)\ln x - x + c$ avec $c \in \mathbb{R}$

1,5pt

-0,25pt pour la représentation des images $f(0,25)$, $f(0,5)$, $f(2)$ et $f(3)$.
-0,25pt pour la construction de l'asymptote verticale
-0,25pt pour la construction de (C)

0,5pt

-0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat

0,5pt

-0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES /05 POINTS

Références et solutions

Critères

Indications et Barèmes

<p>1) Déterminons le montant reçu par chaque ouvrier à la fin des travaux. ✓ Choix d'inconnue Soit x le nombre d'ouvrier ✓ Mise en équation</p> <ul style="list-style-type: none"> • La part de chaque ouvrier présent en fonction de x : $\frac{7\,500\,000}{x}$ • Le nombre d'ouvriers restant en fonction de x : $\frac{2}{3}x$ • La part de chaque ouvrier restant en fonction de x : $\frac{7\,500\,000}{x} + 250\,000$ <p>Ainsi $\frac{2}{3}x \left(\frac{7\,500\,000}{x} + 250\,000 \right) = 7\,500\,000$ On a : $\frac{2}{3}x \left(\frac{7\,500\,000 + 250\,000x}{x} \right) = 7\,500\,000$ c'est-à-dire $\frac{2}{3}(7\,500\,000 + 250\,000x) = 7\,500\,000$ Ainsi $15\,000\,000 + 500\,000x = 22\,500\,000 \Rightarrow 150 + 5x = 225$ ✓ Résolution de l'équation on a : $150 + 5x = 225 \Rightarrow x = 15$ Donc, il y avait 15 ouvriers au départ et les deux tiers ont réellement travaillé ainsi on a $\frac{2}{3} \times 15 = 10$</p> <p>Déterminons la part de chaque ouvrier à la fin des travaux $\frac{7\,500\,000}{15} + 250\,000 = 750\,000$ Conclusion : chaque ouvrier à la fin des travaux a reçu 750 000FCFA</p>	<p>C1 : Interprétation Correcte de la situation</p>	<p>-0,25pt pour le choix d'inconnue -0,25pt pour le système d'équations</p>
	<p>C2 : Utilisation correcte des outils</p>	<p>-0,5 pt pour l'enchaînement menant à la valeur de x</p>
	<p>C3 : Cohérence</p>	<p>-0,25pt pour la valeur le montant -0,25pt pour les unités de mesure</p> <p>NB : Acceptez tous autres méthodes logiques</p>

<p>2) Déterminons le taux d'intérêt de la banque</p> <p>✓ Choix des inconnues Soit x le taux d'intérêt de la banque</p> <p>✓ Mise en équations</p> <ul style="list-style-type: none"> Exprimons en fonction de x le montant à la première année : $M = 500\,000 + \frac{500\,000x}{100} = 500\,000 + 5000x$ Exprimons en fonction de x le montant à la deuxième année : $M' = 500\,000 + 5000x + \frac{(500\,000 + 5000x) \times x}{100} = 500\,000 + 5000x + 5000x + 50x^2$ $M' = 500\,000 + 10\,000x + 50x^2$ <p>Etant donné que monsieur au debout de 2ans monsieur retirait 583 200FCFA alors on a : $500\,000 + 10\,000x + 50x^2 = 583\,200 \Rightarrow 50x^2 + 10\,000x - 83\,200 = 0$ $\Rightarrow x^2 + 200x - 1664 = 0$</p> <p>✓ Résolution de l'équation</p> $x^2 + 200x - 1664 = 0$ $\Delta = 46\,656$ $\sqrt{\Delta} = 216$ <p>On a :</p> $x_1 = \frac{-200 - 216}{2} = -208; x_2 = \frac{-200 + 216}{2} = 8$ <p>Conclusion : le taux d'intérêt de la banque est : 8%</p>	<p>C1 : Interprétation Correcte de la situation</p>	<p>-0,25pt pour le choix des inconnues -0,25pt pour l'évocation du montant à la première et à la deuxième année</p>
	<p>C2 : Utilisation correcte des outils</p>	<p>-0,5 pt pour l'enchaînement menant à l'équation</p>
	<p>C3 : Cohérence</p>	<p>-0,5pt pour l'enchaînement menant à la valeur de x</p>
<p>3) Déterminons le prix du mètre de grillage</p> <ul style="list-style-type: none"> Déterminons les dimensions du champ. ✓ Choix d'inconnues Soit x et y désignant respectivement la longueur et la largeur ✓ Mise en équations La longueur dépasse la largeur de 40m donc on a : $x = y + 40$ L'aire étant 9 600 m² on a : $xy = 9\,600$ Donc x et y vérifient le système : $\begin{cases} x = y + 40 (*) \\ xy = 9\,600(**) \end{cases}$ • Résolution du système 	<p>C1 : Interprétation Correcte de la situation</p>	<p>-0,25pt pour l'évocation de déterminer : les dimensions du champ ; la longueur du grillage -0,25pt pour le choix des inconnues</p>
	<p>C2 : Utilisation correcte des outils</p>	<p>-0,5 pt pour l'enchaînement menant aux valeurs de x et y</p>

<p>En remplaçant (*) dans (**) on obtient :</p> $(y + 40)y = y^2 + 40y = 9600 = y^2 + 40y - 9600 = 0$ <p>Le discriminant de l'équation $y^2 + 40y - 9600 = 0$ est :</p> $\Delta = (40)^2 - 4(1)(-9600) = 1600 + 38\,400$ $\Delta = 40\,000$ $\sqrt{\Delta} = 200$ $y_1 = \frac{-40-200}{2} = -120 \text{ et } y_2 = \frac{-40+200}{2} = 80$ <p>Donc la largeur est 80m et la longueur est 80m + 40m = 120m</p> <ul style="list-style-type: none"> • Déterminons la longueur du grillage $P = (x + y) \times 2 = (80m + 120m) \times 2 = 400m$ <p>Donc, la longueur du grillage est : 400m</p> <ul style="list-style-type: none"> • Déterminons le prix du mètre de grillage $\text{Prix} = \frac{1\,000\,000}{400} = 2500$ <ul style="list-style-type: none"> • Conclusion : le prix du mètre de grillage est 2500FCFA. 	<p>C3 : Cohérence</p>	<p>-0,25pt pour chaque prix unitaire -0,25pt pour les unités de mesure</p>
<p>NB : Le point réservé à la présentation porte sur l'ensemble de toute la copie du candidat</p>	<p>0,5pt</p>	<p>-0,25pt pour la lisibilité -0,25pt pour l'absence de taches</p>