COLLÈGE F.X. VOGT		Année scolaire 2024-2025
Second cycle Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC N°1	Date : 02 Mai 2025 Série : D Durée : 3h ; Coeff : 4

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Partie A : Évaluation des ressources (13 points)

Exercice 1 : 3 points

ABC est un triangle équilatéral de 6 cm de côté.

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 44$. **1pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[-\pi\,;\pi[$, l'équation $cos2x = -\frac{1}{2}$. **1pt**
3. À quelle condition de $\theta \in [-\pi\,;\pi[$, un point G existe comme barycentre des points pondérés $(A, 2cos^2\theta)$; $(B; 1)$ et $(C, -2sin^2\theta)$? **1pt**

Exercice 2: 3 points

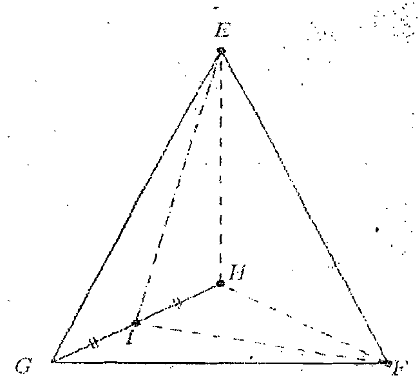
I- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A, de sens direct tel que $AB = 4$cm. Le point I est le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [AC]. On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport 2 et par r la rotation de centre A qui transforme I en J. On considère la transformation affine $s = h \circ r$.

1. Faire une figure. **0,25pt**
2. a) Donner l'angle de r. **0,25pt**

   b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de s. **1pt**
3. Déterminer sur la figure précédente, l'image du point I par s. **0,25pt**

II- $EFGH$ est un tétraèdre régulier (voir figure ci-dessous). Le point I est le milieu de l'arête $[GH]$.

1. Démontrer que la droite (GH) est orthogonale au plan (EFI). **0,75pt**
2. En déduire que les plans (EFI) et (EGH) sont perpendiculaires. **0,5pt**



Exercice 3: 3 points

Dans une ferme, une observation des poids d'un certain nombre de lapins a donné les résultats consignés dans le tableau ci-après :

Poids (en Kg)	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 6[$
Effectifs	10	14	20	6

1. Déterminer le poids moyen de ces lapins. **0,5pt**
2. Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants pour cette série statistique (prendre en abscisses 1 cm pour 1 Kg et en ordonnées 1 cm pour 10 lapins). **1pt**
3. Déterminer graphiquement la médiane de cette série. **0,5pt**

4. On choisit au hasard et successivement sans remise deux lapins dans cette ferme parmi ceux dont le poids est inférieur à 2 Kg pour les faire vacciner.

a) Déterminer le nombre de choix possibles que l'on peut faire. **0,5pt**

b) Déterminer le nombre de choix pour lesquels au moins un lapin ait un poids inférieur à 1 Kg. **0,5pt**

Exercice 4: 4 points

I- On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{0\}$, par $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J).

1. Justifier que f est impaire. **0,25pt**
2. Justifier que la droite (Δ) d'équation $y=x$ est asymptote à (C) en $+\infty$. **0,25pt**
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation sur $]0;+\infty[$. **1pt**
4. a) Préciser l'élément de symétrie que possède la courbe (C). **0,25pt**

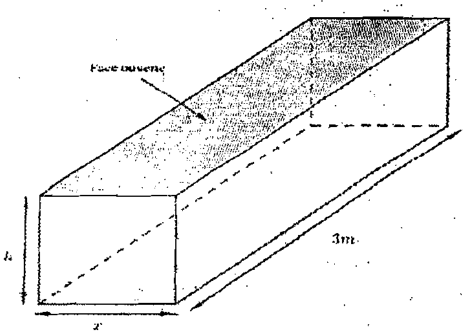
   b) Tracer avec soin (Δ) et (C) sur $\mathbb{R}-\{0\}$. **0,75pt**

II- Soit la suite (U_n) définie par: $U_1=\frac{1}{3}$ et pour tout entier naturel non nul n, $U_{n+1}=\frac{n+1}{3n}U_n$.

1. Calculer U_2 et U_3. **0,5pt**
2. Montrer que la suite de terme général $V_n=\frac{U_n}{n}$, pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ dont on précisera son premier terme. **0,5pt**
3. En déduire l'expression de V_n en fonction de n, puis celle de U_n en fonction de n. **0,5pt**

Partie B : Évaluation des compétences (7 points)

Situation :



Afin de garantir une réserve d'eau pendant la saison sèche, un jardinier nommé ABOUDI fait la commande d'une citerne métallique ouverte chez un chaudronnier. Cette citerne a la forme d'un pavé droit ouvert sur une face, et dont le volume est de $12\ m^3$. Le chaudronnier lui propose la maquette ci-contre, où l'un des côtés de la base mesure $3m$ tandis que l'autre côté (x) et la hauteur (h) en mètres sont inconnues (voir figure ci-contre). Afin d'utiliser le moins de peinture pour la protéger contre la rouille, il recommande au chaudronnier de choisir la valeur de x (avec $0<x<3$) rendant minimale l'aire totale de la surface externe de cette citerne. Pour obtenir un résultat impeccable, 1 Kg de cette peinture sera appliquée sur $2\ m^2$ de surface.

Après qu'il ait reçu sa citerne, ABOUDI l'a remplie d'eau aux deux-tiers et l'a ensuite installée à l'air libre sur la cour de son jardin. En période de sécheresse, cette citerne perd d'un jour à l'autre 0,25% du contenu qu'elle avait au début du jour. Après 10 jours de sécheresse, il décide d'arroser ses 75 arbustes avec sa réserve d'eau restante dans la citerne. Il a besoin de 100 L d'eau par arbuste.

ABOUDI est membre d'une association de jardiniers où est instauré des cotisations telles que :

- Chaque membre fait partie exactement de deux cotisations,
- Chaque cotisation comprend exactement trois membres,
- Deux cotisations quelconques ont toujours exactement un membre en commun.

Tâches :

1. Quelle est, au dixième près, la quantité de peinture en Kg nécessaire pour protéger la surface totale externe de cette citerne ? **2,25pt**
2. La réserve d'eau restante dans la citerne sera-t-elle suffisante pour arroser les 75 arbustes? **2,25pt**
3. Déterminer le nombre de membres et le nombre de cotisations dans cette association. **2,25pt**

Présentation : 0,25pt