



L'épreuve comporte quatre (04) exercices et une situation problème répartis sur deux pages

PARTIE A : Evaluation des Ressources / 15 points

EXERCICE 1 : / 4,75 points

I- Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, on désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $+\frac{\pi}{2}$.

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $U^2 - 10iU - 1 = 0$. 0,5pt

2) En déduire dans \mathbb{C} les solutions de l'équation $\text{Sin}(z) = 5$. 1pt

II- 1) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé complexe direct d'unité 2 cm, représenter les points A, B, C d'affixes respectives $1 + 2i$; $3i$; et $-2 + 3i$. 0,75pt

2) Soit G le barycentre des points A, B, C affecté des coefficients respectifs 2; -2 et 1. Déterminer, puis écrire sous forme trigonométrique les affixes des vecteurs \overrightarrow{GA} ; \overrightarrow{GB} ; \overrightarrow{GC} et montrer qu'il forme une suite géométrique dont on précisera la raison. 1,5pt

3) En déduire qu'il existe une similitude directe S qui transforme A en B et B en C. Donner les éléments caractéristiques de cette similitude. 1pt

EXERCICE 2 : / 3,25 points

On considère l'équation différentielle (E) : $4y' + y = x + 6$

1) 1.1) Vérifier que la fonction $u(x) = x + 2$ est une solution de (E). 0,25pt

1.2) Démontrer qu'une fonction au moins une fois dérivable sur \mathbb{R} est solution de (E) si et seulement si la fonction $h = f - u$ est solution de l'équation différentielle $4y' + y = 0$ (F). 0,5pt

1.3) Résoudre (F), puis déduire toutes les solutions de (E). 0,5pt

1.4) Déterminer la solution g de (E) dont la courbe représentative passe par le point $A(0; 4)$. 0,5pt

2) Une urne contient 12 boules numérotées indiscernables au toucher parmi lesquelles 4 boules portent le numéro 1, 5 boules portent le numéro 2 et 3 boules portent le numéro -1. On tire successivement et sans remise deux boules de cette urne. On désigne par a le numéro porté par la première boule tirée et par b le numéro porté par la deuxième boule tirée. On définit dans \mathbb{R} une fonction v par $v(x) = ax + b$.

2.1) Quelle est la probabilité pour que v soit une solution de (E). 0,75pt

2.2) On reprend 5 fois cette expérience. Quelle est la probabilité pour que v soit au moins une fois une solution de (E). 0,75pt

EXERCICE 3 : / 3 points

1) Résoudre dans \mathbb{N}^2 le système (S) : $\begin{cases} x + y = 190 \\ x^2 + y^2 = 20500 \end{cases} (x > y)$. 0,5pt

2) Les dépenses x_i et les chiffres d'affaires y_i d'une grande entreprise ont donné en 2014 la nomenclature suivante, après une étude statistique : Les montants étant exprimés en dizaines en dizaines de millions de FCFA. On considère la série statistique suivante où α et β sont deux entiers naturels tels que $\alpha > \beta$

x_i	40	50	α	80	90	120	β	150	180
y_i	165	172	182	180	190	194	183	188	103

2.1) La moyenne de x_i est de 100 et l'écart type de x_i est $\sigma_x = \frac{20\sqrt{46}}{3}$.
Montrer que α et β vérifient le système (S). 1pt

2.2) On suppose $\alpha = 60$ et $\beta = 130$. La covariance est alors $\text{cov}(x; y) = 325,55$

a) Ecrire par la méthode des moindres carrés, la droite de régression de y en x . 0,75pt

b) Quelle est, en deux mois, le chiffre d'affaires si la dépense bimensuelle est de 300 millions de FCFA. 0,75pt

EXERCICE 4 : / 4 points

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{-\frac{x}{4}} + x + 2$. (\mathcal{C}) la courbe de g dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2cm.

- 1) Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. 0,5pt
- 2) a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. 1pt
b) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (\mathcal{C}) à $+\infty$. 0,5pt
- 3) Tracer (\mathcal{C}) et (d) dans ce repère. 0,75pt
- 4) Soit m un réel strictement inférieur à 0
a) Exprimer en fonction de m l'aire $A(m)$ en cm^2 de la portion du plan délimitée par (\mathcal{C}), (d) et les droites d'équations $x = m$ et $x = 0$ 0,75pt
b) Quelle est la limite de cette aire quand m tend vers $-\infty$? 0,5pt

Partie II : Evaluation des compétences / 5 points

Situation :

L'entreprise ZARA est spécialisée dans la production des produits phytosanitaires. Elle produit des fongicides et des herbicides, On a étudié l'évolution de la production journalière de ces produits. La quantité $f(t)$ (en doses) de produits dépend du temps t (en heures), modélisée par la relation

$f(t) = \frac{1000}{1 + 4e^{-0,5t}}$. Votre père est utilisateur de ces produits. Pour son traitement et celui de ses voisins au village, votre père a pris toute la production moyenne de l'entreprise entre 10h et 15h.

Pour garder ses produits, il a entreposé dans un bocal humide 12 doses d'herbicides et 8 doses de fongicides. Après plusieurs mois de séjour, les étiquettes ne sont pas différenciables. En vue d'un traitement d'herbicides, votre père doit prendre au hasard 6 doses (ce qui est écologiquement incorrect). Il sait bien que son traitement ne pourra être efficace que s'il prend au moins 2 doses d'herbicides.

Sans être trop sûr de lui, il a effectué son traitement lorsque les herbes avaient une taille de 60 cm. Le suivi de la taille des herbes après chaque semaine montre qu'elle diminue de 25% par semaine par effet du traitement, mais il y a une diminution de taille de 5 cm pendant le même intervalle de temps, due à sécheresse qui a eu lieu cette année.

Tâche 1 : Quelle est la production moyenne de l'entreprise ZARA entre 10h et 15h. 1,5pt

Tâche 2 : Quelle est la probabilité pour que votre père réussisse son traitement. 1,5pt

Tâche 3 : Quelle est la durée (en jours) que vous demanderez à votre père d'attendre pour qu'il n'y ait plus d'herbes dans le champ ? 1,5pt

Présentation. 0,5pt