

- c) En utilisant une intégration par parties, déterminer une primitive de f . 0,5pt
- 2- Montrer que pour tout $n \geq 2$, on a : $S_n - \frac{\ln 2}{2^2} \leq \int_2^n f(t) dt \leq S_n - \frac{\ln(n)}{n^2}$. 0,5pt
- 3- En déduire un encadrement de S_n . 0,25pt
- 4- Montrer que la limite L de S_n , lorsqu'elle existe, est telle que : $\frac{1}{2} + \frac{\ln 2}{2} \leq L \leq \frac{1}{2} + \frac{3\ln 2}{4}$. 0,25pt

Exercice 03 : 05 Points

Dans le plan P privé de la droite d'équation $x = 1$, rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la transformation T qui, à tout point $M(x, y)$ du plan, fait correspondre le point $M'(x', y')$ tel que

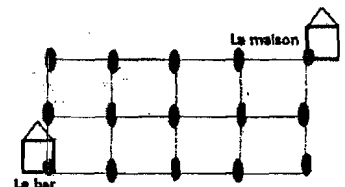
$$\begin{cases} x' = -\frac{x}{1-x} \\ y' = \frac{y}{1-x} \end{cases} \text{ Soit } (C) \text{ le cercle de centre } O \text{ et de rayon } 1 \text{ et } (C') \text{ son image par } T.$$

- 1- Montrer que T involutive. 0,5pt
- 2- Montrer qu'une équation cartésienne de (C') est $y^2 = -2x + 1$. 0,5pt
- 3- Justifier que (C') est une parabole dont on précisera le sommet, le foyer et la directrice. 0,5pt
- 4- Construire (C') dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 0,5pt
- 5- Soit (Γ_k) l'ensemble des courbes d'équation $x^2 + ky^2 + 4x - 4 = 0$.
 - a) Montrer que les courbes (Γ_k) sont globalement invariantes par T . 0,5pt
 - b) Vérifier qu'une équation réduite des courbes (Γ_k) est : $\frac{(x+2)^2}{8} + \frac{ky^2}{8} = 1$. 0,5pt
 - c) Préciser la nature et les éléments remarquables des courbes (Γ_1) et (Γ_{-1}) correspondant aux valeurs $1, -1$ du réel k . 1pt
- 6- Tracer sur le même repère que (C') les courbes (Γ_1) et (Γ_{-1}) . 1pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Situation :

Il est minuit à Ewankan lorsque Jo l'ivrogne demande une n -ième bouteille de bière au gérant du bar, mais ses amis s'y opposent et Jo ne peut donc plus boire. Heureusement pour moi, se dit Jo, il me reste une bouteille à la maison (quatre blocs plus à l'est et deux blocs plus au nord), je vais rentrer la consommer. Jo est vraiment ivre et ne sait plus où il habite. Mais il se souvient qu'il doit franchir 6 blocs pour y arriver et qu'à chaque carrefour il peut aller au nord ou à l'est.



Une fois chez lui, Jo a retrouvé sa bouteille, mais avant même la moitié, il s'est écroulé, c'était la bouteille de trop. Sa femme a aussitôt fait appel à un infirmier qui lui a injecté dans le sang une dose de 1,8 unité d'une substance médicamenteuse. Cette substance se répartit instantanément dans le sang et est ensuite progressivement éliminée. Au bout d'une heure, la quantité de substance dans le sang a diminué de 30%. On rappelle que si $Q(t)$ désigne la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t , en heure, alors le processus d'élimination peut se présenter par l'équation $Q'(t) = \lambda Q(t)$, où λ est un réel.

L'infirmier, rentré avant une heure de temps, a laissé la consigne à la dame de réinjecter une dose analogue toutes les heures jusqu'à ce que Jo reprenne conscience. Mais attention cette quantité ne doit pas atteindre 6,01 unités dans le sang, sinon Jo va mourir.

Tâches

- 1- Montrer qu'au bout d'une heure, le réel λ est presque égal à 0,4. 1,5pt
- 2- Luc, un ami de Jo, affirme qu'il a moins de 20% de chance de retrouver sa maison à cette heure de la nuit et avec tout ce qu'il a consommé. A-t-il raison ? 1,5pt
- 3- Jo peut-il supporter indéfiniment toutes les doses de ce médicament ? Justifier. 1,5pt

Présentation : 0,5pt