



Exercice 1 :

4,75points

I. Le tableau ci-dessous présente la taille x (en centimètres) et la pointure y (en cm) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de terminale F6.

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	176
y	40	41	43	43	42	44	44	44.5	44.5	44

- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique. 0,5pt
- a) En considérant que la covariance de la série (x, y) est égale à 10,15 ; les écarts-types σ_x et σ_y des séries marginales de la série (x, y) sont respectivement égaux à 7,9 et 1,4. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, y) . Que peut-on conclure ? 0,75pt
- b) Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x . 1pt
- c) En déduire au centimètre près la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est de 163 cm dans le cas où le comportement général est proche de l'échantillon choisi. 0,5pt

II. L'espace est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ et $C(2,1,-1)$; la sphère (S) de centre $\Omega(1,-3,2)$ et de rayon $r=3$.

- Montrer que les points A, B et C sont non alignés ; en déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $-2x + 2y - z + 1 = 0$. 1pt
- Donner une équation cartésienne de (S) . 0,25pt
- Déterminer la distance du point Ω au plan (ABC) . Que peut-on conclure ? 0,75pt

Exercice 2 :

5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . L'unité sur les axes est 2 cm.
 z est un nombre complexe de conjugué \bar{z} . On considère le nombre complexe

$$Z = 3z^2 + z\bar{z} + 8z - 6i\sqrt{3}.$$

- On pose $z = x + iy$ où x et y sont des réels.
Exprimer en fonction de x et y la partie réelle X et la partie imaginaire Y de Z . 1pt
- On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que Z soit un imaginaire pur.
 - Montrer qu'une équation cartésienne de (Γ) est $2x^2 - y^2 + 4x = 0$. 0,5pt
 - Déterminer l'équation réduite et la nature de (Γ) . 0,5pt
 - En déduire les éléments caractéristiques de (Γ) (demi distance focale, excentricité, foyers, sommets et asymptotes) dans un repère que l'on précisera. 1,5pt
 - Tracer (Γ) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . 1,25pt

Problème :

12 points

Ce problème comporte deux parties liées A et B.

Partie A :

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = x - 2$.

- Donner la forme générale des solutions sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E') : $y'' - 2y' + y = 0$. 1pt
- Montrer que la fonction numérique h d'une variable réelle définie par $h(x) = x$ est solution de (E). 0,75pt
- a) Montrer qu'une fonction numérique f d'une variable réelle est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si $f - h$ est solution de l'équation différentielle (E'). 0,75pt
- b) En déduire la solution de l'équation différentielle (E) prenant la valeur 2 en 2 et la valeur -2 en 0. 0,75pt

Partie B :

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle définie par : $f(x) = (x - 2)e^x + x$, (C_f) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan. L'unité sur les axes est le centimètre.

1. On considère g la fonction numérique d'une variable réelle définie par $g(x) = (x - 1)e^x + 1$.
- a) Dresser le tableau de variation de g sur \mathbb{R} . 1,5pt
- b) En déduire que g est positive sur \mathbb{R} . 0,25pt
2. a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. 0,5pt
- b) Montrer que la droite $(D): y = x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$. 0,5pt
- c) Étudier les positions relatives de (C_f) et de (D) . 0,75pt
- d) Étudier la branche infinie à (C_f) en $+\infty$. 0,5pt
3. a) Soit f' la dérivée de f , vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$; en déduire le sens de variation de f sur \mathbb{R} et dresser le tableau de variations de f . 1pt
- b) Justifier que la fonction f établit une bijection de \mathbb{R} vers un intervalle à préciser. 0,5pt
- c) Dresser le tableau de variation de f^{-1} , bijection réciproque de f . 0,5pt
4. Construire (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé. 1,5pt
5. Δ est le domaine du plan limité par la courbe (C_f) , la droite (D) d'équation : $y = x$ et les droites respectives $x = 0$ et $x = 2$. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire du domaine Δ . 1pt